

Sulla trasformazione delle curve di sondaggio di resistività differenziale trasversa in curve di Schlumberger

*(On the transformation of transverse differential resistivity
to Schlumberger sounding curves)*

D. PATELLA (*) - D. SCHIAVONE (**)

Ricevuto il 22 Dicembre, 1973

RIASSUNTO. — Si descrive un metodo per trasformare una curva di sondaggio differenziale trasverso, ottenuta con un dispositivo elettrodico differenziale, nella curva Schlumberger relativa alla stessa situazione stratigrafica. Partendo dall'espressione generale che lega la resistività apparente differenziale a quella Schlumberger, è possibile, con alcune approssimazioni, derivare un facile procedimento numerico per poter compiere la trasformazione. Vengono inoltre fatte alcune considerazioni sull'applicabilità del metodo.

SUMMARY. — A method is described to transform a transverse differential sounding curve to the form of a Schlumberger sounding curve. Starting from the general expression which relates the transverse differential apparent resistivity to the Schlumberger apparent resistivity, it is possible, with some approximations, to derive an easy numerical procedure in order to carry out the transformation. Some considerations are given about the applicability of the method.

1. - INTRODUZIONE

Il dispositivo differenziale può essere efficacemente adoperato quando sono richiesti, in problemi di prospezione geoelettrica, un maggiore potere risolutivo ed una maggiore profondità d'indagine rispetto ai convenzionali dispositivi elettrodici.

(*) Osservatorio di Geofisica e Fisica Cosmica - Università di Bari.

(**) Istituto di Geodesia e Geofisica - Università di Bari.

A questo scopo sono stati proposti due metodi di sondaggio differenziale:

a) il sondaggio differenziale longitudinale (LDS - longitudinal differential sounding) (3);

b) il sondaggio differenziale trasverso (TDS - transverse differential sounding) (4).

Il dispositivo elettrodico in entrambi i metodi è lo stesso (fig. 1), ma è differente la tecnica di misura per ottenere le corrispondenti resistività apparenti.

Le relazioni che definiscono le resistività apparenti longitudinale $\bar{\rho}_{L\Delta}$ e trasversa $\bar{\rho}_{t\Delta}$ sono date da (4)

$$\bar{\rho}_{L\Delta} = \frac{dL}{d(L/\bar{\rho}_s)} = \frac{\bar{\rho}_s^2}{\bar{\rho}_s - L\partial\bar{\rho}_s/\partial L} \quad [1.1]$$

$$\bar{\rho}_{t\Delta} = \frac{d(\bar{\rho}_s L)}{dL} = \bar{\rho}_s + L\partial\bar{\rho}_s/\partial L \quad [1.2]$$

dove $\bar{\rho}_s$ è la resistività apparente Schlumberger ed L la semidistanza tra gli elettrodi di corrente nel dispositivo di Schlumberger.

I valori di $\bar{\rho}_{L\Delta}$ e $\bar{\rho}_{t\Delta}$ possono essere espressi in quantità che sono facilmente misurabili in campagna usando l'espressione generale che definisce $\bar{\rho}_s$. Dalle [1.1] e [1.2] si ottiene (v. Appendice)

$$\bar{\rho}_{L\Delta} \approx \frac{K_L}{I_1} \frac{\Delta V_1 \Delta V_2}{\Delta V_1 - \Delta V_2} \quad [1.3]$$

$$\bar{\rho}_{t\Delta} \approx \frac{K_t}{I_1} (\Delta V_2 - \Delta V_1) \quad [1.4]$$

essendo K_L e K_t i fattori geometrici rispettivamente per l'LDS ed il TDS; ΔV_1 la d.d.p. generata dalla corrente I_1 che fluisce tra gli elettrodi interni A e B; ΔV_2 quella generata dalla corrente I_2 tra gli elettrodi esterni A' e B' (v. fig. 1).

Dall'analisi della [1.3] risulta evidente che per valutare $\bar{\rho}_{L\Delta}$ è necessario misurare separatamente ΔV_1 e ΔV_2 , ottenendo così anche due valori di $\bar{\rho}_s$ relativi alle disposizioni AMNB e B'MNA'. In pratica, quindi, quando si effettua un sondaggio LDR (*), automaticamente si porta a termine un sondaggio Schlumberger.

(*) LDR - longitudinal differential resistivity.
TDR - transverse differential resistivity.

Per valutare invece $\bar{\rho}_{t\Delta}$ dalla [1.4] è sufficiente la sola misura di $\Delta(\Delta V) = \Delta V_2 - \Delta V_1$ che può essere effettuata direttamente mediante l'invio simultaneo nel terreno delle correnti I_1 e I_2 . Con questo modo di procedere si riducono gli errori introdotti dalla misura separata di ΔV_1 e ΔV_2 e si ottiene inoltre un notevole risparmio di tempo nelle operazioni di campagna.

Pertanto un sondaggio TDR non è necessariamente accompagnato da un sondaggio Schlumberger.

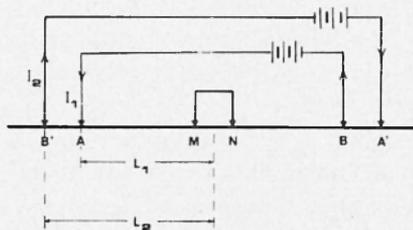


Fig. 1 - Dispositivo elettrodico differenziale.

2. - INTERPRETAZIONE QUANTITATIVA DEI SONDAGGI DIFFERENZIALI

L'interpretazione quantitativa dei sondaggi LDR e TDR è stata sinora condotta col metodo usuale di confronto con curve teoriche. Per la costruzione di queste ultime sono utilizzabili tre metodi (4):

a) calcolo delle curve teoriche sulla base delle espressioni matematiche che forniscono $\bar{\rho}_{L\Delta}$ e $\bar{\rho}_{t\Delta}$ in funzione di L . Questo metodo è il più naturale ma, come è noto, richiede una gran mole di lavoro e l'uso del calcolatore elettronico;

b) calcolo delle curve teoriche LDR e TDR trasformando in esse quelle di Schlumberger sulla base delle relazioni [1.1] e [1.2]. Tale trasformazione è possibile solo per quelle situazioni per le quali le curve Schlumberger sono state calcolate;

c) determinazione di $\bar{\rho}_{L\Delta}$ e $\bar{\rho}_{t\Delta}$ combinando opportunamente i valori di $\bar{\rho}_s$, $\bar{\rho}_r$, $\bar{\rho}_y$ e $\bar{\rho}_x$, essendo $\bar{\rho}_r$, $\bar{\rho}_y$ e $\bar{\rho}_x$ le resistività apparenti per il dispositivo dipolare radiale, perpendicolare e parallelo. A parte la scarsa praticità, quest'ultimo metodo è in realtà possibile solo per un numero molto limitato di modelli stratigrafici per i quali sono disponibili le curve teoriche dipolari.

Da quanto detto segue che sarebbe di grande interesse disporre di un metodo che permetta di trasformare una curva di resistività differenziale nella forma che si sarebbe ottenuta con il dispositivo di Schlumberger, senza introdurre variazioni alla normale tecnica di campagna. Il vantaggio derivante da una tale trasformazione è notevole: in tal modo sarebbe possibile in più utilizzare direttamente tutti i metodi attualmente esistenti per l'interpretazione delle curve di Schlumberger.

Questo problema non si pone nel caso di sondaggi LDR. Infatti poiché, come si è detto, si ottiene necessariamente la corrispondente curva Schlumberger, è sufficiente interpretare quantitativamente quest'ultima sulla base delle informazioni qualitative che si deducono dall'analisi della curva LDR.

La nostra attenzione è perciò rivolta solo alla possibile trasformazione della curva TDR nella corrispondente curva Schlumberger.

Il metodo che descriviamo presenta analogia con quello già usato per la trasformazione delle curve dipolari in Schlumberger (2).

3. - TEORIA DELLA TRASFORMAZIONE DELLE CURVE TDR IN CURVE SCHLUMBERGER

Riconsideriamo la relazione [1.2]

$$\bar{\varrho}_{t\Delta} = \bar{\varrho}_s + L\delta\bar{\varrho}_s/\delta L.$$

Questa può essere trattata come un'equazione differenziale lineare del prim'ordine la cui soluzione generale è data da

$$\bar{\varrho}_s = e^{-\int aL/L} \left(\int \bar{\varrho}_{t\Delta} e^{\int aL/L} dL/L + c \right). \quad [3.1]$$

Affinché sia sempre soddisfatta la condizione

$$\lim_{L \rightarrow 0} \bar{\varrho}_s \neq \infty,$$

la costante c deve essere identicamente nulla. Pertanto la [3.1] diventa

$$\bar{\varrho}_s = \frac{1}{L} \int \bar{\varrho}_{t\Delta} dL. \quad [3.2]$$

In pratica, affinché si possa eseguire facilmente l'integrazione al secondo membro della [3.2], procediamo come segue:

a) dividiamo l'intero intervallo $0 \leq L \leq \infty$ in una serie di intervalli parziali contigui, di ampiezze in generale differenti tra di loro, del tipo

$$l_j \leq L \leq l_{j+1} \quad [3.3]$$

con $j = 1, 2, 3, \dots, n - 1$;

b) interpoliamo in ogni intervallo parziale la funzione $\bar{\varrho}_{t\Delta}(L)$ con l'espressione algebrica

$$\bar{\varrho}_{t\Delta}(L) = a_j L^{b_j} \quad [3.4]$$

che, in scala logaritmica, rappresenta l'equazione di una retta.

Imponiamo ora la seguente condizione: in ogni punto l_j sull'asse positivo L il valore $\bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j)$ sia noto. Tale condizione è, in campagna, ovviamente soddisfatta qualunque sia il numero di punti l_j , poiché $\bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j)$ è la resistività apparente misurata ad ogni predeterminata spaziatura l_j .

Nessuna condizione restrittiva viene invece imposta sulla scelta degli intervalli parziali del tipo [3.3]; è, comunque, consigliabile sceglierli i più piccoli possibili, compatibilmente con le difficoltà di campagna, in modo da migliorare l'approssimazione data dalla [3.4].

Ponendo la [3.4] nella [3.2] ed integrando, si ottiene in ogni intervallo parziale

$$\bar{\varrho}_s = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) a_j L^{b_j} + a_j k / L \quad [3.5]$$

dove k è una nuova costante derivante dall'integrazione e necessaria a soddisfare la condizione che in ogni punto comune a due intervalli parziali contigui $\bar{\varrho}_s$ deve essere continua.

Se poniamo

$$c_j = a_j k \quad [3.6]$$

si ottiene

$$\bar{\varrho}_s = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) a_j L^{b_j} + c_j / L \quad [3.7]$$

che più concisamente può essere riscritta

$$\bar{\varrho}_s = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) \bar{\varrho}_{t\Delta} + c_j / L \quad [3.8]$$

valida per $l_j \leq L \leq l_{j+1}$ e con $j = 1, 2, \dots, n - 1$.

Nel punto l_j si ha

$$\bar{\varrho}_s(l_j) = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) \bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j) + c_j / l_j \quad [3.9]$$

Nella [3.9] l_j e $\bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j)$ sono entrambe quantità note; per ottenere, quindi, il valore di $\bar{\varrho}_s(l_j)$ basta determinare b_j e c_j .

Riferendoci a b_j , è sufficiente considerare che, dalle ipotesi di partenza, risulta

$$\left\{ \begin{array}{l} \log \bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j) = \log a_j + b_j \log l_j \\ \log \bar{\varrho}_{t\Delta}(l_{j+1}) = \log a_j + b_j \log l_{j+1} \end{array} \right. \quad [3.10]$$

Risolviendo il sistema [3.10] nelle incognite $\log a_j$ e b_j , si ottiene

$$b_j = \frac{\log \frac{\bar{\varrho}_{t\Delta}(l_{j+1})}{\bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j)}}{\log \frac{l_{j+1}}{l_j}} \quad [3.11]$$

Riferendoci ora a c_j , procediamo come segue: consideriamo l'intervallo $l_{j-1} \leq L \leq l_j$, contiguo e precedente $l_j \leq L \leq l_{j+1}$, dove è

$$\bar{\varrho}_s = \left(\frac{1}{1 + b_{j-1}} \right) a_{j-1} L^{b_{j-1}} + c_{j-1}/L \quad [3.12]$$

Per la condizione di continuità di $\bar{\varrho}_s$ in l_j segue che

$$\left(\frac{1}{1 + b_j} \right) a_j l_j^{b_j} + c_j/l_j = \left(\frac{1}{1 + b_{j-1}} \right) a_{j-1} l_j^{b_{j-1}} + c_{j-1}/l_j \quad [3.13]$$

Da quest'ultima si ottiene la seguente formula di ricorrenza

$$c_j = c_{j-1} - \gamma_j + \beta_{j-1} \quad [3.14]$$

dove

$$\gamma_j = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) a_j l_j^{b_j} = \left(\frac{1}{1 + b_j} \right) \bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j) l_j \quad [3.15]$$

$$\beta_{j-1} = \left(\frac{1}{1 + b_{j-1}} \right) a_{j-1} l_j^{1+b_{j-1}} = \left(\frac{1}{1 + b_{j-1}} \right) \bar{\varrho}_{t\Delta}(l_j) l_j \quad [3.16]$$

Mediante la [3.14] è possibile ottenere c_j conoscendo c_{j-1} e così via di seguito, essendo β_{j-1} e γ_j quantità note per ogni j . In pratica è sufficiente trovare il primo valore c_0 per ottenere tutti i successivi c_j .

4. - DETERMINAZIONE DELLE COSTANTI c_j

Poiché è

$$\lim_{L \rightarrow 0} \bar{\varrho}_{t\Delta}(L) = \varrho_1. \quad [4.1]$$

con ρ_1 la resistività del terreno superficiale, è sempre possibile trovare un punto l_1 , sufficientemente piccolo, per cui si possa ritenere

$$\bar{\rho}_{tA}(l_1) \simeq \rho_1. \quad [4.2]$$

Ne consegue che

$$\bar{\rho}_{tA}(L) \simeq \rho_1 \quad [4.3]$$

nell'intero intervallo $0 \leq L \leq l_1$.

Ponendo la [4.3] nella [3.2] ed integrando, si ha

$$\bar{\rho}_s(L) = \rho_1 + c_0/L \quad [4.4]$$

per $0 \leq L \leq l_1$.

Dalla [4.4] segue che

$$\lim_{L \rightarrow 0} \bar{\rho}_s(L) = \rho_1 \quad [4.5]$$

se e solo se

$$c_0 = 0. \quad [4.6]$$

Perciò, partendo dalla [4.6] è possibile ottenere tutti i successivi c_i usando la formula di ricorrenza [3.14].

In pratica, per ottenere una curva di campagna di $\bar{\rho}_{tA}$ trasformabile nell'equivalente in $\bar{\rho}_s$, è necessario determinare direttamente in campagna l'andamento asintotico a sinistra della curva, o, quando ciò è difficoltoso, eseguire un'estrapolazione a sinistra della curva che rappresenti il più probabile andamento asintotico.

5. - ESEMPI TEORICI DI TRASFORMAZIONE

Mostriamo ora alcuni esempi di trasformazioni eseguite su curve teoriche di $\bar{\rho}_{tA}$ riportate da Zohdy (⁴) e tutte riferite a modelli di terreni a tre strati orizzontali e lateralmente omogenei.

a) Sezione geoelettrica di tipo *H*

La fig. 2 riporta la trasformazione della curva teorica di $\bar{\rho}_{tA}$ per una sezione di tipo *H* con i seguenti parametri

$$\rho_1 = 1, \rho_2 = 0.4, \rho_3 = 1; h_1 = 1, h_2 = 15.$$

TABELLA I (*)

l_j	$\bar{\varrho}_{l,j}(l_j)$	b_j	β_j	γ_j	c_j	$\bar{\varrho}_s(l_j)$
0.3	1.000	0.0000	0.4000	0.3000	0.0000	1.000
0.4	1.000	-0.2299	0.6168	0.5194	-0.1194	1.000
0.5	0.950	-0.2965	0.7676	0.6752	-0.1778	0.995
0.6	0.900	-0.2815	0.9241	0.7516	-0.1618	0.983
0.8	0.830	-0.5144	1.5239	1.3674	-0.6051	0.953
1	0.740	-0.8827	6.4450	6.3086	-5.3898	0.919
1.2	0.630	-1.2477	-2.8421	-3.0521	4.1073	0.879
1.6	0.440	-1.3576	-1.8177	-1.9687	3.2339	0.791
2	0.325	-1.0870	-7.3276	-7.4713	8.8875	0.708
2.5	0.255	-0.3325	1.0787	0.9551	0.6048	0.624
3	0.240	0.4478	0.7542	0.4973	1.1862	0.561
4	0.273	0.5696	0.9875	0.6957	1.2447	0.500
5	0.310	0.5867	1.3046	0.9769	1.2553	0.446
6	0.345	0.4262	2.1876	1.4514	1.1085	0.427
8	0.390	0.4376	2.9911	2.1703	1.1258	0.412
10	0.430	0.3699	4.0295	3.1389	0.9780	0.412
12	0.460	0.4262	5.8337	3.8704	1.1371	0.417
16	0.520	0.5660	7.5351	5.3129	1.6579	0.436
20	0.590	0.5698	10.6701	7.5169	1.6761	0.460
25	0.670	0.5450	14.3689	10.8414	1.5048	0.494
30	0.740	0.4817	22.9466	14.9828	0.8909	0.529
40	0.850	0.3546	33.9584	25.0997	-1.2622	0.596
50	0.920	0.4573	41.1720	31.5652	1.1310	0.654
60	1.000	0.1027	74.7257	54.4119	-12.1089	0.705
80	1.030	0.0862	96.6673	75.8608	-13.2440	0.783
100	1.050	-0.1322	141.7377	120.9956	-37.5723	0.834
120	1.025	-0.0341	168.1333	127.3424	-23.1770	0.868
160	1.015	-0.0221	206.5651	166.0702	-21.1139	0.906
200	1.010	-0.0446	261.6705	211.4298	-25.9786	0.927

(*) Esempio numerico di trasformazione di una curva teorica di resistività differenziale trasversa nella corrispondente curva di Schlumberger. Le colonne riportano i valori di $\bar{\varrho}_{l,j}(l_j)$ in corrispondenza di prefissati valori l_j della spaziatura L ; quindi i dati di b_j , β_j , γ_j , c_j e $\bar{\varrho}_s(l_j)$ ottenuti rispettivamente dalle relazioni [3.11], [3.16], [3.15], [3.14] e [3.9].

I dati di $\bar{\varrho}_s(l_j)$, ottenuti dalla trasformazione e riportati nella Tab. 1, sono visibili nella stessa fig. 2 congiuntamente alla curva teorica di Schlumberger, relativa allo stesso modello e prelevata da Orellana e Mooney (¹).

Come si può notare, i punti trasformati si dispongono perfettamente su quest'ultima.

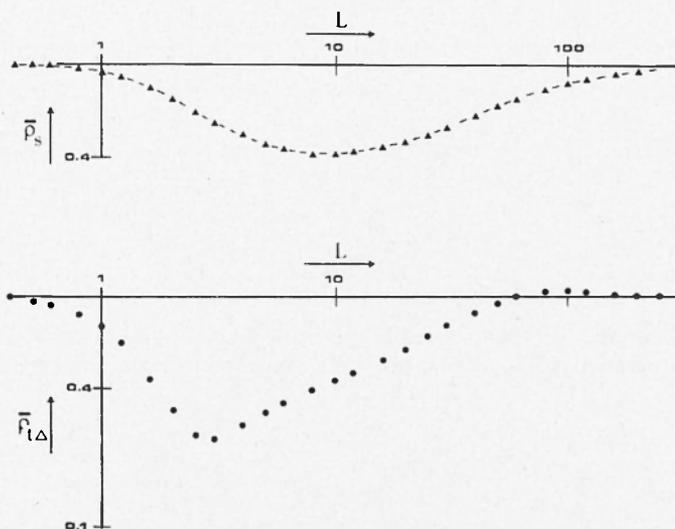


Fig. 2 - Esempio di trasformazione per una sezione di tipo *H*. (●) valori di $\bar{\varrho}_{t\Delta}$; (▲) valori di $\bar{\varrho}_s$ ottenuti dalla trasformazione; (---) curva teorica di Schlumberger.

b) Sezione geoelettrica di tipo *K*

La fig. 3 mostra la trasformazione della curva teorica di $\varrho_{t\Delta}$ per la situazione

$$\varrho_1 = 1, \varrho_2 = 5, \varrho_3 = 1; h_1 = 1, h_2 = 25.$$

c) Sezione geoelettrica di tipo *A*

La fig. 4 mostra la trasformazione della curva teorica di $\bar{\varrho}_{t\Delta}$ per la situazione

$$\varrho_1 = 1, \varrho_2 = 5, \varrho_3 = 20; h_1 = 1, h_2 = 25.$$

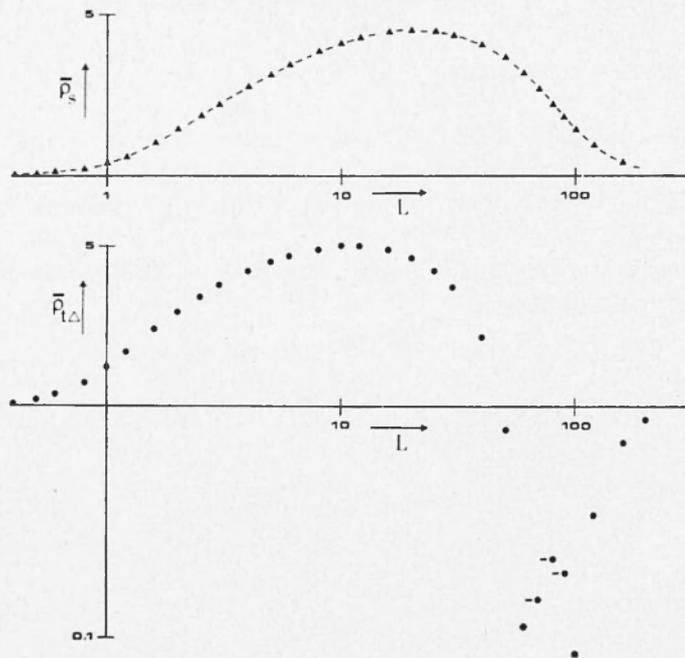


Fig. 3 - Esempio di trasformazione per una sezione di tipo *K*. Per il significato dei simboli v. fig. 2. In più (-•) rappresenta valori negativi di $\varrho_{t,\Delta}$.

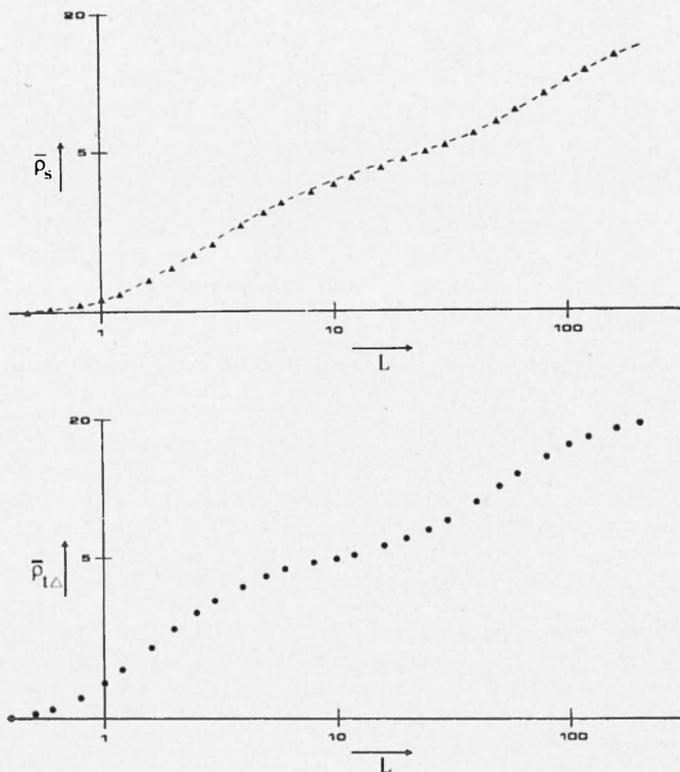


Fig. 4 - Esempio di trasformazione per una sezione di tipo *A*. Per il significato dei simboli v. fig. 2.

d) Sezione geoelettrica di tipo Q

Infine la fig. 5 mostra la trasformazione della curva teorica di $\bar{\rho}_{t\Delta}$ con parametri

$$\rho_1 = 1, \rho_2 = 0.4, \rho_3 = 0.2; h_1 = 1, h_2 = 15.$$

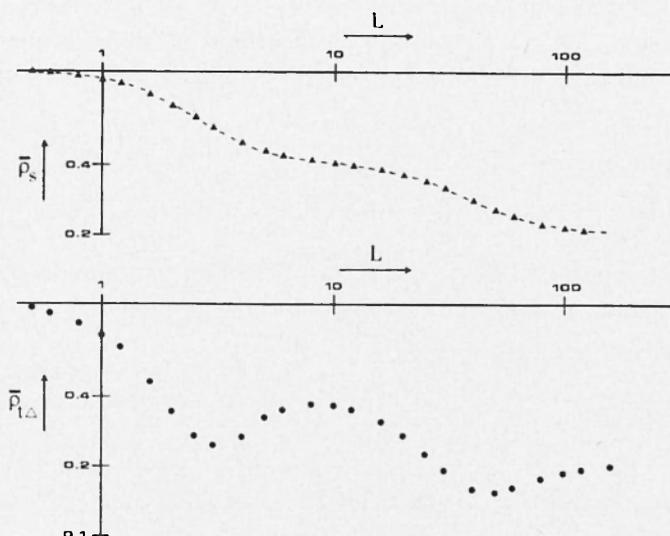


Fig. 5 - Esempio di trasformazione per una sezione di tipo Q. Per il significato dei simboli v. fig. 2.

6. - CONCLUSIONI

a) Da quanto si è detto, risulta che la trasformazione di una curva di $\bar{\rho}_{t\Delta}$ nella forma che si sarebbe ottenuta con il dispositivo di Schlumberger, è sempre possibile purché si faccia una determinazione accurata della resistività vera dello strato superficiale.

Per il suo elevato potere risolutivo, un sondaggio di resistività differenziale trasverso dà la possibilità di ottenere una buona ed esauriente interpretazione qualitativa della struttura del sottosuolo. La susseguente trasformazione in curva di Schlumberger permette di compiere, senza dover costruire apposite curve teoriche di $\bar{\rho}_{t\Delta}$, quella interpretazione quantitativa che meglio è in accordo con la precedente analisi qualitativa.

b) Rispetto al dispositivo di Schlumberger, quello differenziale ha lo svantaggio (4) di richiedere una maggiore energia, a parità di stendimento, per ottenere un valore misurabile di $\Delta(\Delta V)$. Ciò può provocare serie difficoltà durante un intero sondaggio. Se, comunque, la necessità di ottenere informazioni dettagliate è ristretta a strutture non molto profonde, questo metodo di trasformazione permette di iniziare un sondaggio col dispositivo differenziale e di finirlo con lo Schlumberger. La trasformazione della prima parte del grafico è ancora possibile con il risultato di ottenere un'unica curva di Schlumberger.

APPENDICE

Se il rapporto L_2/L_1 (v. fig. 1) è sufficientemente prossimo ad uno, allora le relazioni [1.1] e [1.2] possono essere approssimate come segue

$$\bar{\zeta}_{L\Delta} = \frac{1}{\lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta(L/\bar{\rho}_s)}{\Delta L}} \simeq \frac{L_2 - L_1}{L_2/\bar{\rho}_{s2} - L_1/\bar{\rho}_{s1}} \quad [\text{A.1}]$$

$$\bar{\rho}_{i\Delta} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \Delta(\bar{\rho}_s L)/\Delta L \simeq (\rho_{s2}L_2 - \rho_{s1}L_1)/(L_2 - L_1) \quad [\text{A.2}]$$

dove $\bar{\rho}_{s1}$ e $\bar{\rho}_{s2}$ sono le resistività apparenti Schlumberger per le configurazioni AMNB e B'MNA' rispettivamente (v. fig. 1) e date da

$$\bar{\rho}_{s1} = K_1 \Delta V_1 / I_1 \quad [\text{A.3}]$$

$$\bar{\rho}_{s2} = K_2 \Delta V_2 / I_2 \quad [\text{A.4}]$$

Sostituendo le [A.3] e [A.4] nelle [A.1] e [A.2] si ottiene

$$\bar{\zeta}_{L\Delta} \simeq \frac{K_1(L_2 - L_1)}{L_1 I_1} \frac{\Delta V_1 \Delta V_2}{\frac{I_2}{I_1} \frac{L_2 K_1}{L_1 K_2} \Delta V_1 - \Delta V_2} \quad [\text{A.5}]$$

$$\bar{\rho}_{i\Delta} \simeq \frac{K_1 L_1}{(L_2 - L_1) I_1} \left(\frac{K_2 L_2}{K_1 L_1} \frac{I_1}{I_2} \Delta V_2 - \Delta V_1 \right) \quad [\text{A.6}]$$

Quando il rapporto delle correnti I_1 e I_2 è scelto in maniera tale che per PLDR sia

$$I_1/I_2 = L_2 K_1 / L_1 K_2 \quad [\text{A.7}]$$

e per il TDR

$$I_1/I_2 = L_1 K_1 / L_2 K_2 \quad [\text{A.8}]$$

le [A.5] e [A.6] diventano

$$\bar{\varrho}_{L\Delta} \simeq \frac{K_1(L_2 - L_1)}{L_1} \frac{1}{I_1} \frac{\Delta V_1 \Delta V_2}{\Delta V_1 - \Delta V_2} \quad [\text{A.9}]$$

$$\bar{\varrho}_{l\Delta} \simeq \frac{K_1 L_1}{L_2 - L_1} \frac{1}{I_1} (\Delta V_2 - \Delta V_1) \quad [\text{A.10}]$$

Ponendo, infine,

$$K_L = K_1(L_2 - L_1)/L_1 \quad [\text{A.11}]$$

$$K_l = K_1 L_1 / (L_2 - L_1) \quad [\text{A.12}]$$

si ottengono dalle [A.9] e [A.10] le [1.3] e [1.4] riportate precedentemente.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) ORELLANA E., MOONEY H. M., 1966. — *Master tables and curves for vertical electrical sounding over layered structures*. Madrid, Interciencia, 150 pp. and 66 tables.
- (²) PATELLA D., 1973. — *On the transformation of dipole to Schlumberger sounding curves*. Paper presented at the thirty-fifth Meeting of the European Association of Exploration Geophysicists, held at Brighton, 5th-8th June, 1973.
- (³) RABINOVICH B. I., 1965. — *Fundamentals of the method of field difference*. « Prikladnaya Geofizika », **43**, pp. 47-59.
- (⁴) ZOHDY A. A. R., 1969. — *A new method for differential resistivity sounding*. « Geophysics », **34**, pp. 924-43.