

Programma generale per il calcolo dei coefficienti di regressione lineare, correlazione e covarianza

(General purpose program for computation of linear regression, correlation and covariance coefficients)

M. LANZARINI - R. PASQUALI - P. RANDI - M. E. RONCHI (*)

Ricevuto il 9 Marzo 1971

RIASSUNTO. — Allo scopo di estrarre informazioni da serie temporali stazionarie è stato elaborato per il calcolatore elettronico C.D.C. 6600 un programma scritto in Fortran Run C.D.C. nella versione 2.3.

Tale programma permette sia di calcolare i coefficienti di regressione lineare, di correlazione, di autocorrelazione, di covarianza, anche ritardati, valutandone gli errori statistici, sia di esaminare la consistenza interna dei risultati. Questi coefficienti sono calcolati per una serie pressoché infinita di dati sperimentali equintervallati, comunque memorizzati su schede o nastro magnetico.

Il programma fa parte della libreria del Centro di Calcolo Interuniversitario dell'Italia Nord-Orientale e può essere richiamato dall'Utente con una determinata sequenza di schede controllo come indicato in seguito.

SUMMARY. — In order to get information from stationary time series a version 2.3 C.D.C. Fortran Run Program has been devised, to be processed by a C.D.C. 6600 electronic computer.

Such a program performs the computation of linear regression and auto-regression coefficients, correlation and auto-correlation coefficients, covariance and auto-covariance coefficients (delayed coefficients are also included), together with the evaluation of statistical errors. Results are tested for internal consistency.

The computation of coefficients is performed for practically infinite series of equispaced data, however recorded on cards or magnetic tapes.

The program belongs to the library of the Centro di Calcolo dell'Italia Nord-Orientale and users can call it by the following control card sequence.

(*) Centro di Calcolo Elettronico Interuniversitario dell'Italia Nord-Orientale.

INTRODUZIONE.

In tutti i campi della scienza sperimentale il problema di estrarre informazioni da serie temporali è indubbiamente di grande attualità. Con l'aiuto dei calcolatori elettronici sono oggi ottenibili, in un tempo relativamente breve, alcune risposte ai quesiti degli sperimentatori, impossibili con altri mezzi in passato, sia per la massa dei dati da elaborare, sia per i tempi proibitivi richiesti dalla elaborazione.

Un ulteriore ostacolo esistente, anche attualmente, in alcuni tipi di calcolatori elettronici, è costituito dalla perdita di precisione dovuta alla relativa lunghezza della parola base.

Questo porta infatti a considerare con comprensibile scetticismo i risultati di quei calcoli per cui sia necessario accumulare molti valori in sommatorie, per poi compiere lunghe sequenze di operazioni su di esse; gli inevitabili arrotondamenti possono produrre una significativa e intollerabile perdita di precisione.

Il sistema di calcolo della C.D.C. 6600, che utilizza parole di 60 bits, lunghezza corrispondente a 18 cifre intere e a 15 cifre decimali (aumentabili, in doppia precisione, a 35 cifre intere e a 29 cifre decimali), può ovviare a gran parte degli inconvenienti su esposti rendendo la ricerca dei risultati richiesti sufficientemente precisa.

Il programma descritto più sotto, quindi, offre indubbiamente una considerevole garanzia per quanto riguarda la elaborazione dei dati e i risultati che da essi si ottengono.

Infine, poiché molto spesso è necessario conoscere, per indagini scientifiche, come si modificano nel tempo i vari coefficienti, oggetto di questo studio, essi sono stati calcolati in modo da ottenere la loro valutazione e la loro validità statistica anche quando una serie di dati viene sfasata temporalmente rispetto all'altra.

Allo scopo, inoltre, di verificare la consistenza interna di questi coefficienti, si è data la possibilità ai ricercatori di frazionare le serie di dati in spezzoni di lunghezza uniforme, e di verificare la costanza dei risultati spezzone per spezzone.

Rendendo estremamente generale e flessibile questo programma di calcolo si è voluto mettere a disposizione dei ricercatori uno strumento di lavoro rapido ed efficace, tale da offrire nel modo più completo possibile un insieme di risultati da cui verranno estratte quelle informazioni utili alla comprensione dei fenomeni studiati.

METODO DI CALCOLO E POSSIBILITÀ DEL PROGRAMMA.

Sono note le informazioni che danno i coefficienti di regressione lineare, di correlazione e di covarianza (1,3,4,5,6). In questo lavoro gli autori rendono possibile il calcolo di questi coefficienti sia per un insieme di coppie che si corrispondono temporalmente, sia quando una delle due serie viene spostata di unità di tempo rispetto all'altra.

Dette x_1, \dots, x_n e y_1, \dots, y_n le due serie temporali stazionarie di dati equispaziati, chiamato t max il numero massimo richiesto di unità di spostamento della seconda serie rispetto alla prima, vengono calcolati i suddetti coefficienti tramite le seguenti espressioni analitiche (messe nella forma più idonea per l'elaborazione elettronica):

coefficiente di regressione di ordine t :

$$b(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_{i+t} - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_{i+t}/N}{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2/N}$$

coefficiente di correlazione di ordine t :

$$R(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_{i+t} - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_{i+t}/N}{\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2/N} \sqrt{\sum_{i=1}^N y_{i+t}^2 - \left(\sum_{i=1}^N y_{i+t}\right)^2/N}}$$

covarianza di ordine t :

$$c(t) = \left(\sum_{i=1}^N x_i y_{i+t} - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_{i+t}/N \right) \cdot \frac{1}{N}$$

con $t = 0, 1, \dots, t$ max.

L'errore del coefficiente di regressione lineare assume la forma:

$$\sigma [b(t)] = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N y_{i+t}^2 - \left(\sum_{i=1}^N y_{i+t}\right)^2/N}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2/N}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - R^2(t)}}$$

Per il calcolo dell'errore del coefficiente di correlazione gli autori hanno elaborato l'espressione

$$\sigma [R(t)] = \operatorname{tg}h \frac{1}{\sqrt{N-3}} \cdot \frac{1 - R^2(t)}{1 - R^2(t) \operatorname{tg}h^2 \frac{1}{\sqrt{N-3}}}$$

che si riduce a quella di Fisher⁽²⁾ quando $R(t) \rightarrow 0$ e per un piccolo campione di dati ($500 > N > 50$), mentre per grandi campioni di dati ($N > 500$) non differisce dalla espressione tradizionalmente usata a tale scopo.

Essa risulta più idonea a rendere ottimali le informazioni che può fornire, poiché, per quanto detto, non perde di significato su tutto l'intervallo (estremi esclusi) dei possibili valori del coefficiente di correlazione.

Gli autori hanno elaborato questa espressione tenendo conto che la distribuzione degli $R(t)$, calcolati su spezzoni di dati ugualmente popolati, è normale attorno a $\bar{R}(t)$ e che la funzione di correlazione risulta una funzione pari.

Infine la $\sigma [e(t)]$, tenuto conto di quanto esposto per il calcolo di $\sigma [R(t)]$, e della indipendenza delle deviazioni standard delle due serie esaminate, risulta essere:

$$\sigma [e(t)] = \sigma_x \sigma_y \sqrt{\sigma^2 [R(t)] + \frac{R^2(t)}{N-1}}$$

intendendo con σ_x e σ_y le deviazioni standard delle due serie, calcolate su tutti i loro dati validi.

In questo schema è altresì possibile calcolare i coefficienti di auto-regressione, autocorrelazione e autocovarianza anche ritardati.

Il programma prevede il caricamento dei dati della serie in due File-dati, esaminando il tutto come se si trattasse in effetti di due serie di dati diverse. Nel paragrafo « preparazione delle schede » si potrà vedere il modo di operare.

Avendo previsto la possibilità, su richiesta dell'Utente, di esaminare per parti la serie dei dati sperimentali, è permesso esaminare all'interno della serie stessa la consistenza dei vari coefficienti.

L'Utente potrà stabilire la lunghezza degli spezzoni dei dati, eseguire i calcoli, e ottenere in Output l'andamento dei risultati, quindi procedere agli opportuni esami.

È previsto inoltre che il calcolo dei vari coefficienti avvenga non soltanto per incrementi unitari di t , ma per qualunque incremento, costante, e partendo da qualsiasi valore di t compreso tra $t = 0$, e $t = t_{\max}$, estremi inclusi; questo permette di elaborare la serie di dati dapprima con un numero relativamente piccolo di valori di spostamento per poi integrare, con passo più raffinato, quella parte che deve essere più attentamente studiata.

Come ultima facilitazione, sempre al fine di esaminare i dati senza l'intervento di manipolazioni manuali degli stessi, viene data la possibilità di integrare all'interno di una serie la mancanza inevitabile di dati, e/o di eliminare dalla serie quei dati che, chiaramente errati per mal funzionamento di apparecchiature di registrazione sia per qualsivoglia altra ragione, non solo non darebbero informazioni, ma altererebbero il contenuto informativo degli altri dati che chiameremo regolari. Di fatto è possibile: o sostituire i dati (mancanti o errati) col valore della media generale della serie, media calcolata sui dati validi, o di effettuare una interpolazione lineare tra i due dati validi che individuano i limiti della zona da integrare. Questa ultima operazione si avvarrà del metodo di chiusura, fermando l'operazione di interpolazione al valore percentuale dell'errore di chiusura dichiarato dall'Utente.

Il problema specifico suggerirà all'Utente la scelta fra questi due metodi di integrazione.

Il programma esamina i singoli dati e, se non dichiarato preventivamente, tutti i dati zero che incontra li considererà assenza di dati e procederà alla loro integrazione come su esposto.

Nel paragrafo « preparazione delle schede », verrà indicata la procedura necessaria per usufruire di queste possibilità.

DESCRIZIONE TECNICA DEL PROGRAMMA.

Il programma consta di un MAIN (STATBEC) e di 7 subroutines: RDWR, CHIUS, ELAB, REGRESS, COVAR, AUTOCOR, CORREL.

Il MAIN si limita semplicemente a chiamare le subroutines a cui è affidata interamente la preparazione e l'elaborazione dei dati; inoltre interroga un parametro che permette di effettuare il calcolo dei coefficienti richiesti sia sugli spezzoni che sulla serie intera.

- RDWR** è la subroutine che prepara i dati per le successive elaborazioni; in particolare, elabora due files contenenti le serie x e y caratteristiche del problema. Nel caso di una sola serie, il contenuto dei files elaborati è identico. I dati sono trattati in modo da togliere gli eventuali gaps esistenti, integrandoli come precedentemente descritto. I due files così preparati contengono tutti i dati significativi per l'elaborazione richiesta dall'Utente.
- CHIUS** viene chiamata nel caso che l'Utente richieda l'interpolazione con errore di chiusura (vedi preparazione schede).
- ELAB** contiene come parametri di ingresso i parametri caratteristici ai fini dell'elaborazione, letti nella subroutine **RDWR** e compie la scelta delle subroutines necessarie chiamandole a seconda del calcolo richiesto.
- REGRESS** calcola il coefficiente di regressione o di autoregressione, ed il relativo errore.
- COVAR** calcola il coefficiente di covarianza o di autocovarianza, ed il relativo errore.
- AUTOCOR** calcola il coefficiente di autocorrelazione, ed il relativo errore.
- CORREL** calcola il coefficiente di correlazione, ed il relativo errore.

PREPARAZIONE DELLE SCHEDE.

Le schede contenenti i parametri e le altre informazioni necessarie alla elaborazione dei dati *sono due* e debbono essere presenti. Esse debbono precedere i decks dei dati, se i dati sono su scheda.

1ª Scheda - CONTIENE I PARAMETRI DI LETTURA E DI ELABORAZIONE.
Formato di lettura (A3, 212, 211, 412, 211, 2F10.0, 313, 211, 110, 11).

Colonna	Nome della variabile	Descrizione
1-3	IDISP	se = XXX è presente una sola serie se = XY1 in lettura si hanno coppie di XY se = XY2 il primo file contiene i dati X ed il secondo contiene i dati Y (solo per dati su nastro magnetico)
4-5	NN	numero dei dati (massimo 80) per record
6-7	MT	numero di unità logica di lettura dei dati se = 5 vengono lette schede se = 66 i dati sono su un file di qualunque nome dichiarato sulla scheda STATBRC (vedi descrizione dell'INPUT più sotto)
8	IZERX	se = 0 i dati X nulli sono significativi; se \neq 0 i dati nulli rappresentano dati mancanti o errati e verranno sostituiti nel corso del programma
9	IZERY	analogo al precedente riferito ai dati y
10-11	GAPIX (*)	se = 0 nessun gap in lettura nei dati x se \neq 0 indica il numero di volte che si debbono saltare dati in lettura, dati che verranno sostituiti successivamente (massimo 99)
12-13	GAPIY (*)	analogo al precedente per y
14-15	GAPEX (*)	se = 0 la successione dei dati ottenuta dopo la lettura e l'eventuale sostituzione (GAPIX \neq 0) è completa se \neq 0 la successione ottenuta è incompleta se ad ex. GAPEX = 1 significa che esiste un gruppo di dati fisicamente mancanti; la serie letta va integrata per ripristinare la sequenza temporale
16-17	GAPEY (*)	analogo al precedente per y .

(*) A questi ultimi 4 parametri è associato un certo numero di schede che devono seguire la 2ª scheda obbligatoria. Su ciascuna scheda compaiono 2 valori interi, con FORMAT (2I10), rappresentanti il numero d'ordine, nella sequenza temporale da elaborare, dei dati validi immediatamente esterni ad un gap da integrare.

Relativamente a GAPIX = 1 comparirà una scheda contenente ad esempio 25 in colonne 9-10 e 42 in colonne 19-20; questo significa che in lettura i dati dal 26° al 41° sono non significativi e andranno opportunamente sostituiti.

Queste schede debbono essere ordinate per valori dei limiti dei gaps crescenti, se riferite allo stesso parametro, e nella sequenza in cui sono i parametri sulla 1ª scheda, per quelle riferite a parametri diversi.

Seguito 1^a Scheda.

Colonna	Nome della variabile	Descrizione
18	CHIUSX	se = 0 nel gap in X viene inserita la media generale della serie X se $\neq 0$ nel gap in X vengono inseriti i dati elaborati mediante interpolazione lineare usufruendo del metodo di chiusura
19	CHIUSY	lo stesso riferito ai gaps nel file Y
20-29	PERCX	differenza percentuale richiesta dal metodo di chiusura per la serie X
30-39	PERCY	lo stesso per la serie Y
40-42	TMIN	valore minimo di spostamento temporale della seconda serie rispetto alla prima, valore da cui si vuole iniziare l'elaborazione
43-45	TMAX	valore massimo di tale spostamento
46-48	DELT	incremento dello spostamento (al minimo = 1)
49	IPAR	se = 0 è richiesta solo la correlazione o l'autocorrelazione se = 1 sono richieste correlazione e regressione o autocorrelazione e autoregressione se = 2 sono richieste correlazione e covarianza o autocorrelazione e autocovarianza se = 3 sono richieste correlazione regressione covarianza, o autocorrelazione autoregressione e autocovarianza
50	IS	se = 1 viene esaminata tutta la serie se = 2 la serie viene esaminata a spezzoni
51-60	ISPZ	dimensione di uno spezzone espressa in numero di punti da elaborare
61	IDUP	se = 1 l'esame della serie viene effettuato sia sulla intera serie che per spezzoni (se IS = 2 la prima uscita è relativa agli spezzoni, la seconda alla serie intera) se IS = 1 l'uscita è nell'ordine inverso se $\neq 1$ in uscita si avrà solo l'esame dei dati come richiesto al parametro IS.

2ª Scheda - CONTIENE IL FORMATO DI LETTURA DEI DATI.
Formato di lettura (8A10).

Colonna	Nome della variabile	Descrizione
1-80	IFORM	viene scritto il formato di lettura nel normale linguaggio Fortran, comprese le parentesi esterne.

DESCRIZIONE DELL'INPUT.

Poiché il programma fa parte della libreria del sistema operativo SCOPE 3.2.0, è possibile eseguirlo con una semplice sequenza di schede controllo.

Nel caso di dati su scheda; la struttura del Job è la seguente:

JOB, CM 60000, T77777.

REDUCE.

STATBRC.

7/8/9

..... schede parametri

.....

.....

..... deck dati

6/7/8/9

Nel caso di dati su nastro la struttura del Job diventa:

JOB, CM 60000, T77777.

REQUEST, DATI.

REWIND, DATI.

REDUCE.

STATBRC(DATI)

7/8/9

..... schede parametri

6/7/8/9

DESCRIZIONE DELL'OUTPUT.

L'Utente avrà in uscita l'elaborato sia su scheda che su tabulato.

È stata prevista anche l'uscita su scheda poiché, in generale, i risultati vanno graficati per ottenere la loro visualizzazione immediata e trarre quindi gli opportuni suggerimenti.

Ciascuna scheda perforata contiene perciò le seguenti informazioni: numero di coppie elaborate nello spezzone, ritardo richiesto (da T minimo a T massimo, compresi gli estremi), la sequenza dei coefficienti ed i loro errori.

Se non sono richiesti spezzoni, le colonne relative non saranno perforate, e l'informazione perforata farà riferimento all'intera serie.

Lo stesso tipo di informazione si ottiene su tabulato.

RINGRAZIAMENTI.

Gli autori ringraziano il Prof. Giuseppe Mannino, Direttore del Centro di Calcolo, per le facilitazioni accordate nell'uso del calcolatore.

Ringraziano inoltre il Prof. Lamberto Pieri, per i consigli elargiti nel corso della discussione che ha preceduto la stesura di questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) BENDAT J. S., and PIERSOL A. G., *Measurement and analysis of random data*, « J. Wiley », New York, 1966.
- (²) FISHER R. A., *On the probable error of a coefficient of correlation deduced from a small sample*. *Metron*. 1, 4, 1, 1921.
- (³) KENDAL M. G., and STUART A., *The advanced theory of statistics*, « C. Griffin and C. LTD », London, 1968.
- (⁴) SHCHIGOLEV B. M., *Mathematical analysis of observations*, « Iliffe Books LTD », London, 1965.
- (⁵) SOLODOVNIKOV V. V., *Dynamique statistique des systemes linéaires de comande automatique*, Dunod, Paris, 1965.
- (⁶) YAGLON A. M., *An introduction to the theory of stationary random functions*, « Prentice-Hall, Englewood Cliff », N.J., 1962.

Onde longitudinali riflesse sulla « discontinuità 20° »

(About reflected longitudinal waves from the « 20° discontinuity »)

B. FEDERICO (*)

Ricevuto l'11 Marzo 1971

RIASSUNTO. — Si prospetta l'esistenza di onde *P* riflesse sulla « discontinuità 20° » e avvalendosi dei risultati ottenuti in un precedente lavoro ⁽⁵⁾ se ne determinano le dromocrone per diverse profondità ipocentrali. Si evidenzia, quindi, la consistenza di tale ipotesi mediante il confronto fra i tempi di tragitto calcolati e quelli dedotti dall'esame di impulsi, attribuiti a tale tipo di onde, registrati su 14 sismogrammi esaminati.

SUMMARY. — The existence of *P* waves reflected on the « 20° discontinuity » is suggested. Their transit times at different focus depths are determined by making use of the results of a previous work ⁽⁵⁾.

The calculated transit times are compared with those deduced from an inspection of pulses which are attributed to the above mentioned *P* waves.

This comparison, made on the basis of an examination of fourteen seismograms supports our hypothesis.

In un precedente lavoro ⁽⁵⁾ sono stati pubblicati i risultati di una lunga ricerca sulla « discontinuità 20° » ed è stata prospettata l'esistenza di una discontinuità localizzata alla profondità di 536 km, attraverso la quale la velocità delle onde longitudinali varia da 8,96 km/sec. a 9,58 km/sec.

L'insieme dei fatti osservati e discussi in tale lavoro non solo non esclude la possibile coesistenza della « discontinuità 20° » e della « astenosfera » ma comporta, fra l'altro, le seguenti conseguenze:

a) Possibilità di formazione di onde superficiali (onde di Love e di Rayleigh) nella porzione del mantello limitata superiormente dalla discontinuità di Mohorovicic e inferiormente dalla « discontinuità 20° ».

(*) Facoltà di Scienze - Università di Messina.

b) Possibilità di onde spaziali di dilatazione e di distorsione riflesse inferiormente alla « discontinuità 20° » per terremoti con ipocentri aventi una profondità superiore a 536 km.

c) Possibilità di onde spaziali riflesse superiormente alla « discontinuità 20° », per terremoti con ipocentri a profondità inferiore a 536 km.

Circa l'esistenza di onde superficiali nella zona del mantello superiore, Stoneley formulò l'ipotesi della loro formazione, assumendo per la « discontinuità 20° » la profondità di 480 km, calcolata da Jeffreys nel 1936, e prevede onde di Love con un valore minimo per la velocità di gruppo di 4,60 km/sec, corrispondente ad una velocità di fase di 4,94 km/sec ed a un periodo di 168 sec, ed onde di Rayleigh con un valore minimo per la velocità di gruppo di 4,0 km/sec, corrispondente ad una velocità di fase di 4,55 km/sec e a un periodo di 167 sec.

Per mettere in evidenza sperimentale tali onde superficiali, le condizioni enunciate da Stoneley sono state soddisfatte nel 1950 in alcune stazioni sismiche, specialmente mediante la costruzione di sismografi Benioff a lungo periodo.

Ewing e Press in uno studio sulle onde di Rayleigh con periodo da 1 a 7 minuti, registrate in occasione di alcune scosse sismiche violente, hanno trovato che la curva delle velocità di gruppo osservate presenta un minimo di 3,54 km/sec corrispondente a un periodo di 225 sec. Tali valori sono compatibili con uno strato di 516 km di spessore e sono condizionati da valori ben definiti per la velocità delle onde distorsionali spaziali e per la densità nello strato e nel substrato.

Caloi, in un esauriente studio sul mantello superiore (3), riportando i risultati più significativi riguardanti la propagazione di onde superficiali nel mantello, affermò, fra l'altro, che un modello a due strati per il mantello superiore si accordava con le curve di dispersione osservate solo se si avanzava l'ipotesi di una discontinuità a 516 km di profondità.

Relativamente, poi, alla possibilità di riflessione in corrispondenza alla « discontinuità 20° » lo stesso Caloi ha recentemente studiato tale problema: nei sismogrammi di terremoti lontani, assieme ad impulsi molto complicati è possibile trovare oscillazioni che possono essere attribuite a riflessioni sotto la « discontinuità 20° ».

L'autore ha studiato solo terremoti aventi profondità superiore a 600 km, scegliendo distanze epicentrali opportune onde evitare possibili confusioni con onde riflesse di diversa origine (*pP*, *PcP*, ecc.). In particolare per il terremoto del 7 Ottobre 1960 di coordinate $\varphi = 40^\circ$, 0° N, $\lambda = 129,7^\circ$ E, $h = 608$ km, utilizzando la registrazione ottenuta a

Quetta ($\Delta = 51^{\circ},3$) e la dromocrona di Jeffreys e Bullen, relativa alla profondità $h = 0,09 R$, ha riscontrato degli impulsi attribuibili ad onde P ed S riflesse sotto la « discontinuità 20° » i cui tempi di tragitto sono compatibili con una discontinuità posta a 515 km di profondità.

Circa la possibilità prospettata alla lettera *c*) si osserva che la « discontinuità 20° », dedotta tenendo conto, fra l'altro, della legge di variazione della velocità delle onde longitudinali nell'astenosfera, è caratterizzata, oltre che da un incremento di velocità di 0,62 km/sec anche da un notevolissimo gradiente $\frac{dV_p}{dr}$ al di sotto di tale discontinuità.

Per tali caratteristiche, i raggi sismici che attraversano la zona del mantello in cui è notevole il gradiente della velocità, subiscono un più accentuato incurvamento con conseguente retrocessione del loro punto di emergenza in superficie. Tale retrocessione si verifica a partire da un punto impropriamente chiamato « punto focale » corrispondente alla distanza in cui emerge il raggio sismico tangente, nel suo vertice, alla superficie di discontinuità.

La dromocrona delle P , in corrispondenza del punto focale ammette un punto di regresso; i raggi sismici che subiscono la retrocessione del loro punto di emergenza, per un tratto del loro tragitto nel mantello, si mantengono tangenti ad una caustica che si prolunga fino al punto focale, in corrispondenza del quale si prevede quindi un accumulo di energia e, per un largo intorno della distanza di 20°, la possibilità di duplicazione e anche di triplicazione degli impulsi delle P rifratte.

Tali ragionevoli previsioni non escludono la possibilità che una notevole frazione di energia sia riflessa in corrispondenza della « discontinuità 20° ». Tale possibilità sembra ancora più consistente per quei raggi sismici che, incidendo sulla superficie di discontinuità secondo angoli di incidenza superiori all'angolo limite, subiscono riflessione totale. La possibilità, quindi, di riscontrare sui sismogrammi impulsi riflessi sulla superficie di « discontinuità 20° », nel caso in cui gli ipocentri siano disposti al di sopra di essa, è resa più consistente dal fenomeno della riflessione totale, eventualità da escludersi nel caso, invece, in cui gli ipocentri siano localizzati al di sotto della superficie di discontinuità.

L'accurato esame di numerosi sismogrammi, relativi a terremoti superficiali con distanze epicentrali da Messina comprese fra i 5° e i 22°, ha permesso l'individuazione di impulsi sufficientemente netti i cui tempi di tragitto sono stati attribuiti a probabili impulsi riflessi sulla superficie di « discontinuità 20° ».

Tabella I

N°	Data	Δt sec	Δ°	t_r			H			t_{pap}	
				h	m	s	h	m	s	m	s
1 (1)	21.5.57	+ 22,4	5°,81	13	26	46,9	13	24	18,0	2	28,9
2 (2)	21.2.61	-104,6	6°,23	3	04	26,4	3	01	51,0	2	35,4
3 (3)	30.7.56	+ 28,5	8°,6	9	17	45,3	9	14	57,0	2	48,3
4	4.9.63	- 13,9	8°,5	5	09	31,7	5	06	42,0	2	49,7
5*	25.4.58*	-123,8	10°,35	00	29	43,7	00	26	39,0	3	04,7
6	18.9.63	- 24,7	10°,8	17	01	16,8	16	58	09,0	3	07,8
7* (4)	14.6.64*	+ 37,4	18°,04	12	19	52,8	12	15	32,5	4	20,3
8* (7)	15.3.64*	-104,5	18°,61	22	34	52,9	22	30	22,3	4	30,6
9	20.8.66	- 63	20°,0	12	03	50,0	11	59	05,9	4	45,0
10	27.4.66	+ 15,7	21°,0	19	53	47,3	19	48	51,0	4	56,3
11* (6)	29.2.60*	-136,9	21°,75	23	45	20,3	23	40	17,7	5	02,6
12*	8.12.59*	-100,5	22°,03	13	39	06,8	13	33	58,8	5	08,0
13	16.8.58	-116,7	26°,22	19	19	39,7	19	13	44,0	5	55,7

Nella Tabella I si riportano, assieme agli elementi atti a caratterizzare i terremoti esaminati, il tempo di registrazione e i tempi di tragitto attribuiti ad onde P riflesse (PdP).

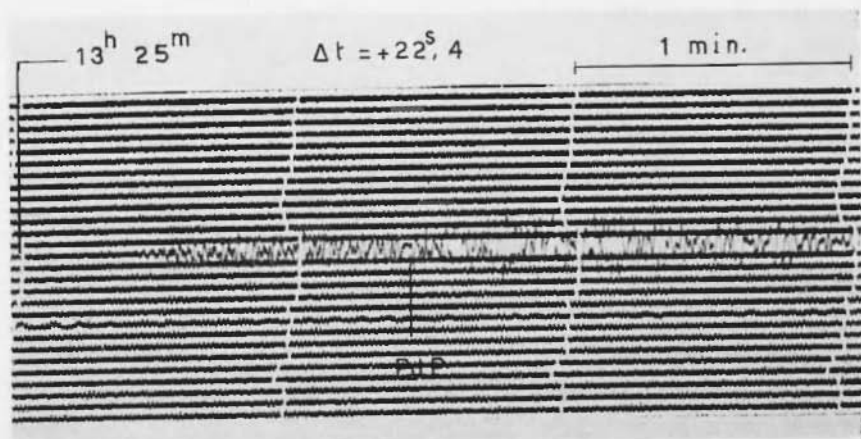


Fig. 1 - Terremoto n. 1.

Le coordinate ipocentrali e il tempo origine di tali terremoti sono stati in parte ricavati dai bollettini dell'I.S.S., in parte sono stati ricalcolati usufruendo degli usuali metodi di approssimazione; questi ultimi terremoti sono stati contrassegnati da un asterisco.

Nelle Figure 1, 2, 3, 4, 5, 6 sono riprodotti i sismogrammi dei terremoti di cui ai numeri 1, 2, 3, 7, 8, 11 della Tabella I.

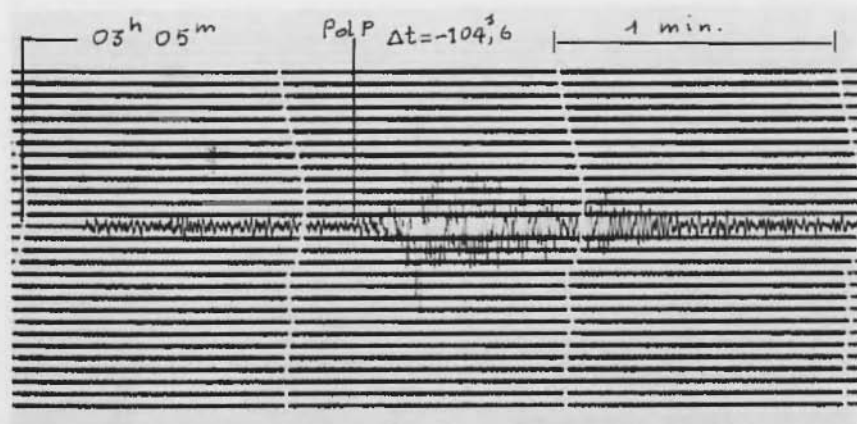


Fig. 2 - Terremoto n. 2.

Al fine di rilevare la compatibilità fra tali tempi di tragitto osservati e quelli calcolati, si è effettuato, limitatamente a terremoti superficiali, il calcolo delle (dromocrone delle onde longitudinali riflesse (PdP) avvalendosi delle leggi di velocità in funzione della profondità dedotte nel lavoro citato (5).

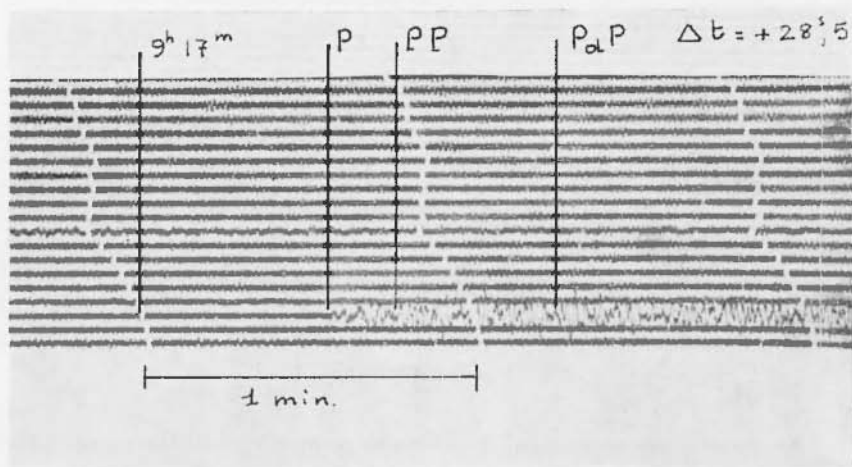


Fig. 3 - Terremoto n. 3.

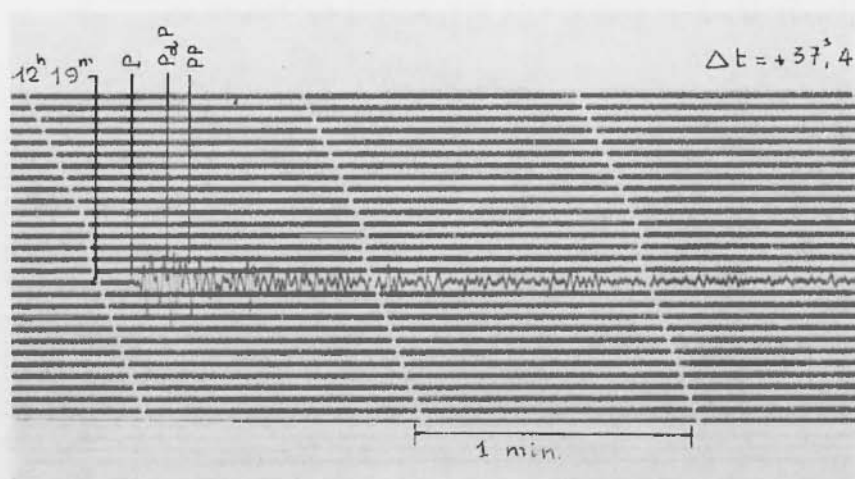


Fig. 4 - Terremoto n. 7.

Per le modalità di tale calcolo, in base alle relazioni:

$$\Delta = 2 \int_{R_d}^{R_o} \frac{p \, dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} = 2 \int_{R^*}^{R_o} \frac{p \, dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} +$$

$$+ 2 \int_{R_c}^{R_*} \frac{p \, dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} + 2 \int_{R_d}^{R_c} \frac{p \, dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} \quad [1]$$

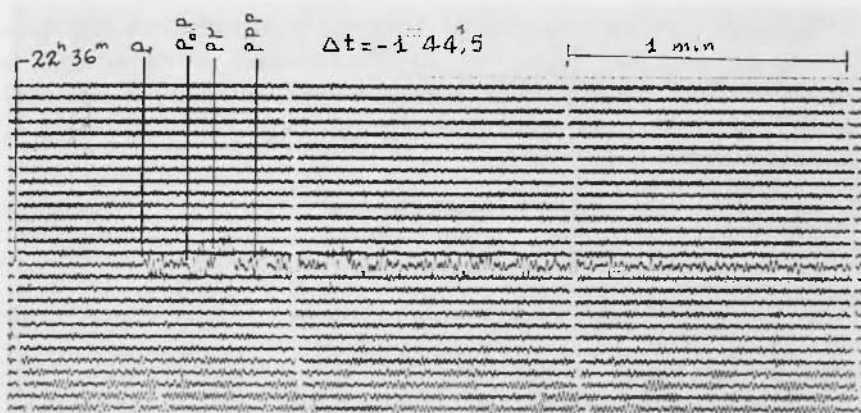


Fig. 5 - Terremoto n. 8.

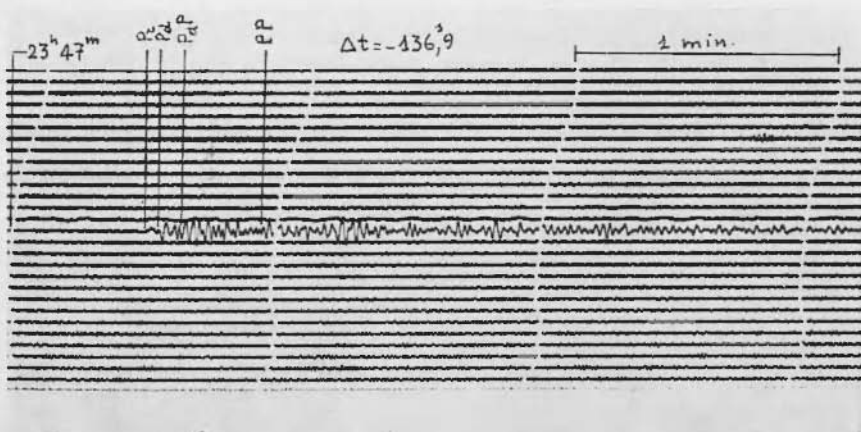


Fig. 6 - Terremoto n. 11.

$$T = 2 \int_{R_a}^{R_o} \frac{\eta^2 dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} = 2 \int_{R_*}^{R_o} \frac{\eta^2 dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} + \quad [2]$$

$$+ 2 \int_{R_c}^{R_*} \frac{\eta^2 dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} + 2 \int_{R_a}^{R_c} \frac{\eta^2 dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}}$$

essendo p il parametro del raggio sismico, $\eta = \frac{r}{V_p}$ e $R_o = 6370$ km, $R_* = 6330$ km, $R_c = 6290$ km, $R_a = 5833$ km le distanze dal centro della Terra delle superfici sferiche limitanti la superficie esterna della crosta, la base della crosta, la superficie mediana astenosferica e la superficie della « discontinuità 20^a » si è proceduto alla integrazione della [1] e [2] tenendo conto delle seguenti leggi di variazione di V_p in funzione di r ;

$$V_o = 6,34 \text{ km/sec} \quad [3]$$

$$V_1 = 6951,5175 - 2,2015 r + 0,000175 r^2 \quad [4]$$

$$V_2 = \beta + \sqrt{a - A \log r} \quad [5]$$

essendo la [3] valida nell'intervallo $6370 \geq r \geq 6330$ km; la [4] valida nell'intervallo $6330 \geq r \geq 6290$ km e la [5] con

$$\beta = 7,5114 \pm 0,0029$$

$$a = 233,19 \pm 2,44$$

$$A = 61,36 \pm 0,64$$

valida nell'intervallo $6290 \geq r \geq 5833$ km.

Nella Tabella II sono riportati i valori di V_p e di $\eta = r/V_p$ in funzione di r nell'intervallo 5833-6330 km.

Gli integrali che figurano nel primo termine del secondo membro della [1] e della [2], assumendo come velocità media delle P nella crosta il valore 6,34 km/sec⁽⁹⁾, sono immediatamente valutabili.

Si ha:

$$\int_{R_*}^{R_o} p r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr = \text{sen}^{-1} p/\eta_* - \text{sen}^{-1} p/\eta_o$$

$$\int_{R_*}^{R_o} \eta^2 r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr = (\eta_o^2 - p^2)^{1/2} - (\eta_*^2 - p^2)^{1/2}$$

Tabella II.

VALORI DI V_p E DI η DEDOTTI DALLE LEGGI DI VELOCITÀ [4] e [5].

r (km)	h (km)	V_p (km/sec)	η (sec)
5833,39	536,61	8,9580	651,193340
5840	530	8,9472	652,712621
5850	520	8,9313	654,999287
5860	510	8,9152	657,305281
5870	500	8,8989	659,631543
5880	490	8,8825	661,978572
5890	480	8,8658	664,347231
5900	470	8,8491	666,738091
5910	460	8,8321	669,152111
5920	450	8,8140	671,589948
5930	440	8,7975	674,052670
5940	430	8,7800	676,541041
5950	420	8,7622	679,056445
5960	410	8,7441	681,599593
5970	400	8,7259	684,171636
5980	390	8,7074	686,774217
5990	380	8,6886	689,408279
6000	370	8,6696	692,075681
6010	360	8,6502	694,777572
6020	350	8,6302	697,515856
6030	340	8,6107	700,292379
6040	330	8,5904	703,109151
6050	320	8,5698	705,968609
6060	310	8,5488	708,872692
6070	300	8,5274	711,824539
6080	290	8,5056	714,826843
6090	280	8,4833	717,882860
6100	270	8,4605	720,996218
6110	260	8,4372	724,171266
6120	250	8,4134	727,412316
6130	240	8,3889	730,724864
6140	230	8,3638	734,114547
6150	220	8,3380	737,588172
6160	210	8,3114	741,153969
6170	200	8,2839	744,821208
6180	190	8,2554	748,600473
6190	180	8,2259	752,504824
6200	170	8,1951	756,550930
6210	160	8,1629	760,757603
6220	150	8,1291	765,149908
6230	140	8,0934	769,759114

Seguito Tabella II

r (km)	h (km)	V_p (km/sec)	η (sec)
6240	130	8,0555	774,628297
6250	120	8,0147	779,814290
6260	110	7,9705	785,401017
6270	100	7,9215	791,516770
6280	90	7,8659	798,378216
6290	80	7,8000	806,410256
6292	78	7,8007	806,594280
6294	76	7,8028	806,633516
6296	74	7,8063	806,528061
6298	72	7,8112	806,278165
6300	70	7,8175	805,884234
6302	68	7,8252	805,346828
6304	66	7,8343	804,666658
6306	64	7,8448	803,844585
6308	62	7,8567	802,881617
6310	60	7,8700	801,778907
6312	58	7,8847	800,537750
6314	56	7,9008	799,159579
6316	54	7,9103	793,745959
6318	52	7,9372	798,998589
6320	50	7,9575	794,219290
6322	48	7,9792	792,310906
6324	46	8,0029	790,272797
6326	44	8,0268	788,109832
6328	42	8,0527	785,823388
6330	40	8,0800	783,415842

essendo $R = 6330$ km ; $R_o = 6370$ km ; $\eta_* = R_*/V_o$; $\eta_o = R_o/V_o$ e p il parametro del raggio sismico da cui dipende il valore della funzione da integrare.

Delle funzioni integrande che figurano negli ultimi due termini del secondo membro della [1] e della [2], espresse in termini della variabile mediante le [4] e [5] rispettivamente, non si conosce una primitiva e pertanto si è proceduto per esse ad integrazione numerica utilizzando il sistema elettronico IBM 1130.

Per ciascuna integrazione da effettuare si è scelto un appropriato valore del parametro p . In particolare il valore $P_a = 11,3657$ sec/ Δ_o ,

corrispondente al valore $\eta_a = R_a/V_a = \frac{5833,39}{3,957745}$, relativo alla profondità della discontinuità, rappresenta il parametro del raggio sismico ivi tangente ed emergente in superficie nel « punto focale ». Il valore $P_t = 10,60 \text{ sec}/\Delta^\circ$ corrisponde invece al parametro del raggio sismico che incide sul livello della discontinuità secondo l'angolo limite $l = \text{sen}^{-1} \cdot V_1/V_2$ essendo V_1 e V_2 la velocità di propagazione delle onde P al di sopra e al di sotto della « discontinuità 20° ».

I due valori p_a e p_t delimitano, quindi, l'intervallo di distanze entro cui si dovrebbero registrare onde P totalmente riflesse sulla « discontinuità 20° ».

I risultati del calcolo della [1] e della [2] sono riportati nella Tabella III, dove si indicano con $A^{*s}, B^{*s}, A^{*c}, B^{*c}, A^c, B^c$ rispettivamente gli integrali

$$\int_{R_s}^{R_o} p r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr, \int_{R_s}^{R_o} \eta^2 r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr, \int_{R_c}^{R_s} p r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr,$$

$$\int_{R_c}^{R_s} \eta^2 r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr, \int_{R_c}^{R_e} p r^{+1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr, \int_{R_a}^{R_c} \eta^2 r^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} dr.$$

Nelle ultime due colonne della Tabella III sono riportati i valori delle distanze epicentrali e dei tempi di tragitto relativi alla dromocrona delle onde riflesse; tali coppie di valori costituiscono gli elementi necessari per la determinazione dei coefficienti della dromocrona delle onde riflesse

$$T = 130,267770 + 0,705062 A^2 - 0,020497 A^3 + 0,000230 A^4. \quad [6]$$

$$[vv] = 0,01982$$

Nella Tabella IV si riportano i valori dei tempi di tragitto delle PdP calcolati mediante la [6] in corrispondenza delle distanze relative ai terremoti sottoposti a studio. Nell'ultima colonna si riportano gli scarti tra i tempi calcolati e quelli osservati, riportati nella Tabella I.

Dall'esame della Tabella IV si nota che gli scarti più notevoli sono positivi. L'entità di quelli negativi può essere attribuita ai normali errori di osservazione degli impulsi specie se, come in questo caso, cadono tutti nel corpo della registrazione. Per gli scarti positivi un ulteriore possibile causa di errore può essere dovuta a difettosa valutazione della profondità ipocentrale. Infatti una profondità ipocentrale compresa

Tabella III.

TEMPI DI TRAGITTO DELLE *PdP* PER IPOCENTRI SUPERFICIALI.

p (sec/ Δ°)	A°_*	B°_*	A^*_c	B^*_c	A^c_d	B^c_d	$\Delta^{\circ} = 2(A^{\circ}_* + A^*_c + A^c_d)$	$T = 2(B^{\circ}_* + B^*_c + B^c_d)$ (sec)
0,5	0,010327	6,311731	0,013024	5,071395	0,174182	53,874988	0,395068	130,516228
1,0	0,020681	6,319497	0,026098	5,081204	0,349226	54,006352	0,792010	130,814106
1,5	0,031085	6,332505	0,039275	5,097680	0,526012	54,227473	1,192744	131,315316
2,0	0,041566	6,350851	0,052606	5,121017	0,705468	54,541721	1,599280	132,027178
2,5	0,052153	6,374676	0,066149	5,151499	0,888592	54,954016	2,013788	132,960382
3,0	0,062873	6,404163	0,079964	5,189505	1,076483	55,471055	2,438640	134,129445
3,5	0,073757	6,439543	0,094119	5,235524	1,270376	56,101632	2,876504	135,553398
4,0	0,084838	6,481105	0,108688	5,290176	1,471693	56,857097	3,330438	137,256756
4,5	0,096151	6,529196	0,123755	5,354234	1,682483	57,751986	3,804778	139,270832
5,0	0,107735	6,584232	0,139418	5,428659	1,904045	58,804915	4,302396	141,635612
5,5	0,119632	6,646710	0,155790	5,514642	2,139153	60,039857	4,829150	144,402418
6,0	0,131893	6,717223	0,173005	5,613671	2,390870	61,487989	5,391536	147,637766
6,5	0,144570	6,796472	0,191228	5,727609	2,663111	63,203908	5,997818	151,455978
7,0	0,157725	6,885293	0,210657	5,858811	2,961025	65,215413	6,658814	155,919034
7,5	0,171431	6,984682	0,231543	6,010296	3,291579	67,612712	7,389106	161,215380
8,0	0,185770	7,095836	0,254202	6,185986	3,664541	70,504261	8,209026	167,572166
8,5	0,200840	7,220196	0,279048	6,391069	4,094215	74,050695	9,148206	175,323920
9,0	0,216757	7,359511	0,306633	6,632567	4,602745	78,502935	10,252270	184,990024
9,5	0,233662	7,515926	0,337715	6,920236	5,225698	84,282719	11,594150	197,437762
10,0	0,251725	7,692094	0,373370	7,268092	6,034613	92,179516	13,319416	214,279404
10,1	0,255495	7,729978	0,381178	7,346564	6,229287	94,136103	13,731920	218,425290
10,2	0,259321	7,768811	0,389246	7,428458	6,438661	96,250829	14,174456	222,896196
10,3	0,263205	7,808628	0,397592	7,514006	6,665102	98,569518	14,651798	227,784304
10,4	0,267150	7,849460	0,406235	7,603464	6,912053	101,116962	15,170876	233,139772
10,5	0,271158	7,891344	0,415196	7,697113	7,181863	103,936692	15,736434	239,050298
10,6	0,275231	7,934316	0,424499	7,795265	7,480366	107,086157	16,360192	245,631476
10,7	0,279372	7,978416	0,434170	7,898263	7,814369	110,643622	17,055822	253,040602
10,8	0,283583	8,023683	0,444238	8,006492	8,193540	114,720137	17,842722	261,500624
10,9	0,287867	8,070162	0,454734	8,120376	8,631377	119,467292	18,747956	271,315660
11,0	0,292226	8,117899	0,465694	8,240395	9,151834	125,167117	19,819508	283,050822
11,1	0,296664	8,166940	0,477159	8,367083	9,795697	132,283087	21,139040	297,634220
11,2	0,301184	8,217337	0,489173	8,501047	10,649001	141,799336	22,878716	317,035440
11,3	0,305789	8,269144	0,501787	8,642970	11,988466	156,874962	25,592084	347,574152
11,36	0,308594	8,300928	0,509669	8,732263	13,927223	178,854241	29,490972	391,774864

Tabella IV.

TEMPI DI TRAGITTO CALCOLATI E OSSERVATI E RELATIVI SCARTI.

N°	Data	Distanza epicentrale	t_{PdP} calc.	t_{PdP} oss.	$t_c - t_o$ sec
1	21.5.57	5°,81	150,31	148,94	+1,37
2	21.2.61	6°,23	154,79	155,4	-0,21
3	30.7.56	8°,6	170,64	168,54	+2,10
4	4.9.63	8°,5	169,82	169,7	+0,12
5	25.4.68	10°,35	185,73	184,7	-1,03
6	18.9.63	10°,8	189,81	187,8	+2,01
7	14.6.64	18°,04	263,75	260,3	+3,44
8	15.3.64	18°,61	269,93	270,6	-0,67
9	20.8.66	20°,00	285,12	285,0	-0,12
10	27.4.66	21°,00	296,11	296,3	-0,19
11	29.2.60	21°,75	304,38	302,6	+1,78
12	8.12.59	22°,03	307,476	308,0	-0,52
13	16.8.58	26°,22	354,334	355,7	-1,37

nello spessore della crosta sarebbe sufficiente, per il diminuito valore dei tempi di tragitto delle PdP , a compensare tali scarti. D'altra parte profondità ipocentrali dell'ordine dei 10-30 km non offrono, generalmente, grande sensibilità di valutazione. È ragionevole, inoltre, prevedere che per ipocentri molto profondi gli impulsi registrati dovrebbero essere più netti, sia per la maggiore omogeneità della zona in cui sono localizzati sia per il minore tragitto del raggio sismico incidente sulla superficie di discontinuità.

Si è ritenuto, quindi, opportuno calcolare le dromocrone delle PdP per ipocentri posti a profondità variabile da 40 a 500 km. Tale calcolo è stato effettuato per ciascun valore dei parametri già scelti, sottraendo, rispettivamente, dalle distanze e dai tempi di tragitto delle PdP per ipocentri superficiali i contributi corrispondenti per ogni valore di profondità prescelto. Le coppie di valori Δ , e t_i così ottenute per ogni valore della profondità, sono state adoperate per dedurre i

coefficienti delle relative dromocrone, mediante approssimazione con polinomio del tipo

$$t_i = A + B \Delta t^2 + C \Delta t^3 + D \Delta t^4. \quad [6']$$

Nella Tabella V si riportano i coefficienti delle equazioni delle dromocrone così calcolati. Nell'ultima colonna si indica lo scarto quadratico medio. Si può facilmente constatare che adoperando la [6'] e interpolando linearmente per la profondità ipocentrale di 15 km, gli scarti positivi di cui sono affetti i tempi delle *PdP* per i terremoti n. 3, n. 6, n. 7, e n. 11 riportati nella Tabella IV si riducono a valori accettabili.

Tabella V.
COEFFICIENTI DELLE DROMOCRONE DELLE *PdP* PER PROFONDITÀ IPOCENTRALI VARIABILI DA 40 KM A 500 KM.

<i>h</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	[<i>pp</i>]
40	123,981917	0,721901	-0,021509	0,000217	0,0219
80	118,934408	0,745470	-0,022938	0,000272	0,0225
100	116,407652	0,751493	-0,023676	0,000285	0,0229
150	110,202418	0,791612	-0,025836	0,000324	0,0249
200	104,136778	0,830776	-0,028415	0,000372	0,0273
250	98,172171	0,876169	-0,031551	0,000433	0,0293
300	92,292136	0,928868	-0,035363	0,000511	0,0313
350	86,481284	0,991352	-0,040156	0,000615	0,0325
400	80,728694	1,066804	-0,046343	0,000759	0,0322
450	75,021918	1,160681	-0,054703	0,000969	0,0295
500	69,345282	1,282802	-0,066829	0,001313	0,0221

Nel corso del procedimento di riduzione della dromocrone delle onde riflesse alle varie profondità ipocentrali, riportate nella Tabella V, si è rilevato che i raggi sismici incidenti sulla « discontinuità 20° » e relativi rispettivamente ai valori $P_a = 11,36 \text{ sec}/\Delta^\circ$ e $P_i = 10,16 \text{ sec}/\Delta^\circ$ subiscono una graduale retrocessione del loro punto di emergenza in superficie all'aumentare della profondità ipocentrale.

Nella Tabella VI sono riportati i valori delle distanze di emergenza corrispondenti ai valori dei parametri sopraindicati, in funzione della profondità dell'ipocentro. Nell'ultima colonna è riportato l'intervallo delle distanze entro cui è possibile riscontrare, per le varie profondità ipocentrali, impulsi riflessi totalmente. Tale circostanza, vantaggiosa ai fini dell'apprezzamento materiale sui sismogrammi degli impulsi riflessi, pone, però, il problema di ben discriminarli rispetto ad impulsi rifratti, dovuti a raggi sismici che hanno percorso esclusivamente la zona del mantello superiore alla « discontinuità 20° » (P_d) e a raggi sismici che, essendo penetrati nella zona in cui il gradiente $\frac{dV}{dr}$ è notevole, hanno subito, come si è prospettato, la retrocessione del loro punto di emergenza.

Tabella VI

h km	$PdP(p_i)$ (1)	$PdP(p_a)$ (2)	$PdP(p_a) - PdP(p_i)$ (1) (2)
0	16°,36	30°,70	14°,34
40	16°,08	30°,39	14°,31
80	15°,66	29°,88	14°,22
100	15°,44	29°,62	14°,18
150	14°,87	28°,92	14°,05
200	14°,24	28°,13	13°,89
250	13°,56	27°,24	13°,68
300	12°,82	26°,24	13°,42
350	12°,01	25°,09	13°,08
400	11°,13	23°,73	12°,60
450	10°,16	22°,05	11°,89
500	9°,07	19°,70	10°,63

Ai fini di una migliore discriminazione di tali impulsi si è ritenuta accettabile anche se parziale soluzione del problema, quella di determinare le dromocrone delle onde P_a , per le medesime profondità ipocentrali per cui si sono dedotte quelle delle PdP , avvalendosi delle medesime leggi di velocità adottate per il calcolo delle PdP .

Tabella VII

TEMPI DI TRAGITTO DELLE F _d e DELLE P _d													
	F _d 0 C _{FdP}	F _d 40 C _{FdP}	F _d 80 C _{FdP}	F _d 100 C _{FdP}	F _d 150 C _{FdP}	F _d 200 C _{FdP}	F _d 250 C _{FdP}	F _d 300 C _{FdP}	F _d 350 C _{FdP}	F _d 400 C _{FdP}	F _d 450 C _{FdP}	F _d 500 C _{FdP}	
0	---	6,298 r	11,373*	13,951*	20,181*	26,213*	32,219*	38,076*	43,923*	49,602*	55,299*	60,954*	
1	130,366	123,982	116,936	116,408	110,208	106,137	98,172	92,292	85,481	80,729	75,022	69,365	
2	---	(17,090)*	19,173*	20,556*	24,906*	29,889*	35,166*	40,362*	46,027*	51,459*	56,932*	62,406*	
3	130,953	126,683	119,657	117,142	110,968	106,939	99,017	93,188	87,433	81,750	76,129	70,563	
4	---	---	32,165*	33,020*	35,390*	38,060*	42,569*	46,975*	51,594*	56,432*	61,369*	66,392*	
5	132,926	126,701	121,737	119,252	113,167	107,239	101,431	95,732	90,135	84,637	79,242	73,963	
6	---	---	(47,881)	46,162*	47,815*	49,923*	52,645*	55,969*	59,646*	63,725*	67,980*	72,409*	
7	136,079	129,918	125,046	122,609	116,656	110,877	105,241	99,739	94,369	89,140	84,070	79,192	
8	---	---	---	(62,598)	60,683*	62,123*	64,096*	66,517*	69,373*	72,669*	76,221*	80,010*	
9	140,296	134,219	129,463	127,085	121,297	115,705	110,282	105,022	99,930	95,026	90,360	85,929	
10	---	---	---	(74,806)*	74,749*	76,113*	77,905*	80,139*	82,728*	85,636*	88,811*	92,383*	
11	143,476	139,495	134,874	132,563	126,966	121,587	116,403	111,413	106,630	102,807	97,807	93,883	
12	---	---	---	(87,760)*	(88,335)*	88,374*	89,731*	91,483*	93,492*	95,858*	97,858*	98,487*	
13	151,521	145,643	141,169	138,933	133,539	128,389	123,460	118,755	114,294	110,107	106,247	102,793	
14	---	---	(101,954)	101,443*	(100,797)*	---	101,048*	101,912*	103,110*	104,687*	106,605*	108,774*	
15	158,336	152,571	148,247	146,088	140,906	135,991	131,322	126,906	122,761	118,928	115,460	112,436	
16	---	---	---	(115,608)	115,022*	114,127*	---	(114,789)	(114,673)*	114,908*	116,164*	117,683*	119,467*
17	163,860	160,184	156,014	153,932	148,963	144,260	139,867	135,727	131,887	128,384	125,269	122,607	
18	(136,287)*	(130,351)*	129,154*	128,496*	127,373*	---	---	---	126,916*	127,906*	128,984*	130,424*	
19	173,946	168,399	164,380	162,374	157,611	153,154	148,983	145,105	141,543	138,334	135,520	133,151	
20	---	---	---	(141,888)	141,868*	140,535*	(139,572)*	(139,055)*	---	(139,372)*	140,022*	140,489*	141,560*
21	182,579	177,136	173,263	171,330	166,764	162,516	158,569	154,928	151,612	148,653	146,084	143,930	
22	---	---	---	(155,921)	155,136*	153,611*	152,481*	151,757*	---	(152,671)*	(152,758)*	152,266*	152,852*
23	191,669	186,324	182,587	180,722	176,338	172,282	168,536	165,101	161,994	159,238	156,852	154,884	
24	---	---	---	(168,302)	168,601*	165,311*	164,396*	(163,802)*	---	(166,485)*	(166,488)*	(166,339)*	
25	194,826*	170,738*	169,145*	168,402*	166,601*	165,311*	164,396*	(163,802)*	---	(166,485)*	(166,488)*	(166,339)*	
26	201,151	195,897	192,286	190,481	186,260	182,375	178,801	175,541	172,603	170,000	167,741	165,822	
27	---	---	---	(178,063)	178,505*	178,063*	176,968*	(176,207)*	(175,714)*	---	---	---	
28	188,108*	183,971*	182,263*	181,366*	179,505*	178,063*	176,968*	(176,207)*	(175,714)*	---	---	---	
29	210,966	205,792	202,291	200,543	196,466	192,726	189,298	186,178	183,367	180,873	178,690	176,827	
30	---	---	---	(194,328)	192,321*	190,734*	189,473*	188,548*	187,863*	---	---	---	
31	201,273*	197,092*	193,276*	194,328*	192,321*	190,734*	189,473*	188,548*	187,863*	---	---	---	
32	221,061	215,956	212,552	210,852	206,897	203,278	199,964	196,951	194,231	191,804	189,663	187,850	
33	---	---	---	(207,150)	207,049*	205,049*	203,324*	201,908*	200,826*	199,968*	(199,344)*	(198,638)*	
34	214,330*	210,102*	208,184*	211,357*	210,502*	208,979*	207,753*	206,814*	205,152	203,782	202,644	198,818	
35	218,385	226,339	223,017	221,190	217,502	213,979	210,753	207,816	205,152	202,782	200,644	198,818	
36	---	---	---	(219,952)	219,952*	217,689*	215,832*	214,271*	213,038*	212,018*	211,231*	210,432*	
37	227,274*	223,002*	220,990*	221,952*	219,952*	217,689*	215,832*	214,271*	213,038*	212,018*	211,231*	210,432*	
38	261,896	236,898	233,643	232,016	228,239	224,789	221,624	218,734	216,105	213,733	211,644	210,085	
39	---	---	---	(232,614)	232,614*	230,238*	228,256*	226,561*	225,181*	224,012*	223,070*	222,156*	
40	264,108*	235,794*	233,693*	232,614*	230,238*	228,256*	226,561*	225,181*	224,012*	223,070*	222,156*	---	
41	252,558	247,597	244,394	242,973	239,075	235,675	232,550	229,680	227,075	224,721	222,694	221,439	
42	---	---	---	(245,176)	245,176*	242,697*	240,597*	238,775*	237,256*	235,988*	234,857*	233,770*	
43	263,338	248,478*	245,241	243,658	240,981	246,614	243,513	240,667	238,068	235,749	233,851	233,100	
44	---	---	---	(255,066)	255,066*	252,852*	250,911*	249,259*	247,822*	246,590*	245,515*	---	
45	265,450*	261,053*	258,794*	257,640*	255,066*	252,852*	250,911*	249,259*	247,822*	246,590*	245,515*	---	
46	274,210	269,966	266,159	264,589	260,939	257,593	254,506	251,673	249,100	246,856	(245,193)	245,218	
47	---	---	---	(270,000)	270,000*	267,342*	265,021*	262,968*	261,188*	259,629*	258,263*	256,811*	
48	277,962*	273,528*	271,194*	270,000*	267,342*	265,021*	262,968*	261,188*	259,629*	258,263*	256,811*	---	
49	285,154	280,249	277,131	275,571	271,938	268,604	265,531	262,720	260,202	258,102	256,823	257,975	
50	---	---	---	(282,273)	282,273*	279,526*	277,102*	274,944*	273,083*	271,368*	269,874*	268,281*	
51	290,369*	285,897*	283,494*	282,273*	279,526*	277,102*	274,944*	273,083*	271,368*	269,874*	268,281*	---	
52	269,154	291,253	288,148	286,594	282,973	279,653	276,603	273,835	271,422	269,544	268,867	271,586	
53	---	---	---	(294,444)	294,444*	291,617*	289,095*	286,836*	284,822*	283,035*	281,419*	279,746*	
54	302,672*	298,164*	295,696*	294,444*	291,617*	289,095*	286,836*	284,822*	283,035*	281,419*	279,746*	---	
55	307,200	302,301	299,206	297,657	294,040	290,751	287,744	285,059	(282,822)	281,337	279,474	286,294	
56	---	---	---	(306,613)	306,613*	303,613*	300,994*	298,643*	296,521*	294,626*	292,894*	(291,226)*	
57	314,873*	310,329*	307,799*	306,518*	303,613*	300,994*	298,643*	296,521*	294,626*	292,894*	(291,226)*	---	
58	318,288	313,391	310,306	308,785	305,179	301,920	298,889	296,443	(294,478)	293,535	(294,815)	302,377	
59	---	---	---	(315,515)	315,515*	312,812*	310,363*	308,141*	306,138*	(304,295)*	(306,482)	306,289	
60	326,974*	322,395*	319,805*	318,496*	315,515*	312,812*	310,363*	308,141*	306,138*	(304,295)*	(306,482)	306,289	
61	329,420	324,528	321,459	319,929	316,381	313,189	310,383	(308,049)	(306,482)	(305,262)*	---	---	
62	---	---	---	(330,378)	330,378*	327,322*	324,534*	321,994*	319,679*	317,568*	---	---	
63	338,974*	334,361*	331,216*	329,378*	327,322*	324,534*	321,994*	319,679*	317,568*	---	---	---	
64	340,602	335,721	332,680	331,168	327,683	324,599	(321,980)	(319,956)	(318,939)	---	---	339,933	
65	---	---	---	(335,530)	335,530*	332,163*	329,033*	326,163*	323,553*	321,152*	(326,913)*	---	
66	350,876*	346,230*	343,530*	342,163*	339,033*	336,163*	333,553*	331,152*	---	---	---	---	
67	351,847	346,988	343,992	342,507	339,121	336,197	(333,847)	(332,250)	(331,970)	---	---	362,116	
68	---	---	---	(353,858)	353,858*	350,646*	347,699*	(346,980)	(345,501)*	(344,168)*	---	---	
69	362,681*	358,003*	355,250*	353,858*	350,646*	347,699*	(346,980)	(345,501)*	(344,168)*	---	---	387,097	
70	363,173	358,350	355,423	353,979	350,737	348,040	(346,058)	(345,033)	---	---	---	---	
71	---	---	---	(362,162)	362,162*	359,141*	(356,332)*	---	---	---	---	---	
72	374,390*	369,681*	366,875*	365,457*	362,162*	359,141*	(356,332)*	---	---	---	---	(415,309)	
73	374,603	369,836	367,009	365,623	362,583	360,195	---	---	---	---	---	---	
74	---	---	---	(373,580)	(373,580)*	(370,487)*	---	---	---	---	---	---	
75	386,005*	381,265*	378,408*	376,982*	(373,580)*	(370,487)*	---	---	---	---	---	---	
76	388,167	381,481	378,791	377,486	(374,717)	(372,7							

Nella Tabella VII si riportano, posti direttamente a confronto, i tempi delle P_a , contrassegnati da un asterisco e quelli delle PdP per le varie profondità indicate.

Nella Fig. 7 si è riprodotto il sismogramma del terremoto dell'Anatolia Orientale del 26 Luglio 1967, registrato nella stazione sismica di Trieste e gentilmente fornitomi per la consultazione.

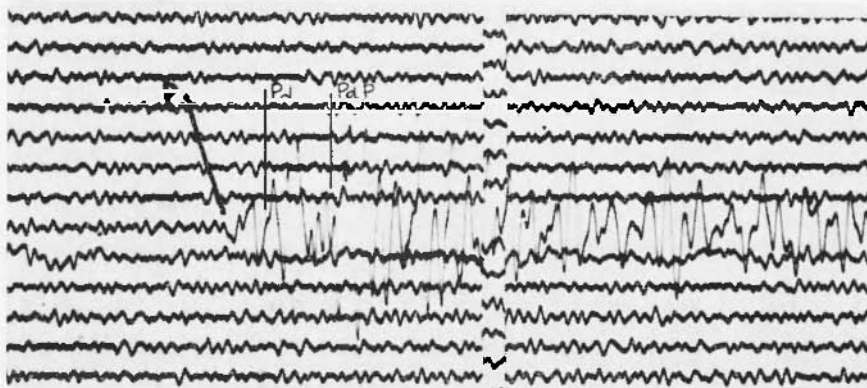


Fig. 7 - Terremoto dell'Anatolia orientale del 26 Luglio 1967, registrato dalla stazione sismica di Trieste.

Gli elementi caratteristici di tale terremoto sono i seguenti:

H	$= 18^{\circ}52^m59,2^s$ (B.C.I.S.)	tempo origine
h	$= 33$ km	profondità ipocentrale
φ	$= 39,6$ N	latitudine geografica
λ	$= 40,4$ E	longitudine »
Δ°	$= 20^{\circ},6$	distanza epicentrale da Trieste.

Tempo di tragitto delle P osservato a Trieste	$4^m38^s,8$
Tempo di tragitto delle P calcolato	$4^m38^s,74$
Tempo di tragitto delle PdP osservato	$4^m48^s,3$
Tempo di tragitto delle PdP calcolato	$4^m47^s,7$
Tempo di tragitto delle Pd osservato	4^m42^s
Tempo di tragitto delle Pd calcolato	$4^m41^s,7$

Correzione del tempo nelle 24 ore per Trieste $+ 0,05$ sec.

In tale sismogramma si possono rilevare netti impulsi delle Pd e delle PdP i cui tempi di tragitto, calcolati mediante la Tabella VII, sono soddisfacentemente conformi a quelli osservati.

Si riportano, inoltre, in grafico le dromocrone delle onde PdP (riflesse), P_{d_1} (dirette 1° Ramo), P_{d_2} (dirette 2° Ramo) e P_r [rifratte attraverso « la discontinuità 20° » (Jeffreys)] relative alle profondità ipocentrali riportate nella Tabella VII.

Le equazioni più probabili delle dromocrone delle P_{d_1} e P_{d_2} relative alle varie profondità sono le seguenti:

$$h = 0 \text{ km } t_{Pd_2} = 5,1097 + 14,8110A - 0,0652A^2 + 0,0002 A^3(10^\circ-30^\circ,5)$$

$$h = 40 \text{ » } t_{Pd_1} = 6,2985 + 26,5288A^2 - 18,7843A^3 + 3,0474 A^4(0^\circ-1^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 2,7201 + 14,7420A - 0,0642A^2 + 0,0002 A^3(10^\circ-30^\circ,39)$$

$$h = 80 \text{ » } t_{Pd_1} = 11,3726 + 11,8694A^2 - 4,7984A^3 + 0,7313 A^4(0^\circ-2^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 3,2639 + 14,4940A - 0,0575A^2 + 0,0001 A^3(8^\circ-30^\circ)$$

$$h = 100 \text{ » } t_{Pd_1} = 13,9512 + 9,0932A^2 - 2,8126A^3 + 0,3249 A^4(0^\circ-3^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 3,4397 + 14,3740A - 0,0541A^2 + 0,00008A^3(7^\circ-29^\circ)$$

$$h = 150 \text{ » } t_{Pd_1} = 20,1811 + 5,8434A^2 - 1,2133A^3 + 0,0963 A^4(0^\circ-4^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 5,2045 + 13,9340A - 0,0389A^2 - 0,0001 A^3(8^\circ-28^\circ)$$

$$h = 200 \text{ » } t_{Pd_1} = 26,2134 + 4,3273A^2 - 0,6952A^3 + 0,0435 A^4(0^\circ-5^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 6,4196 + 13,6660A - 0,0334A^2 - 0,0002 A^3(11^\circ-28^\circ)$$

$$h = 250 \text{ » } t_{Pd_1} = 32,2198 + 3,3452A^2 + 0,4196A^3 + 0,0203 A^4(0^\circ-7^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 8,9367 + 13,2570A - 0,0213A^2 - 0,0003 A^3(11^\circ-27^\circ)$$

$$h = 300 \text{ » } t_{Pd_1} = 38,0739 + 2,7774A^2 - 0,3023A^3 + 0,0131 A^4(0^\circ-7^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 10,7240 + 13,0350A - 0,0197A^2 - 0,00029A^3(14^\circ-26^\circ)$$

$$h = 350 \text{ » } t_{Pd_1} = 43,9249 + 2,3017A^2 - 0,2065A^3 + 0,0072 A^4(0^\circ-9^\circ)$$

$$t_{Pd_2} = 14,8210 + 12,4840A - 0,0011A^2 - 0,00055A^3(14^\circ-25^\circ)$$

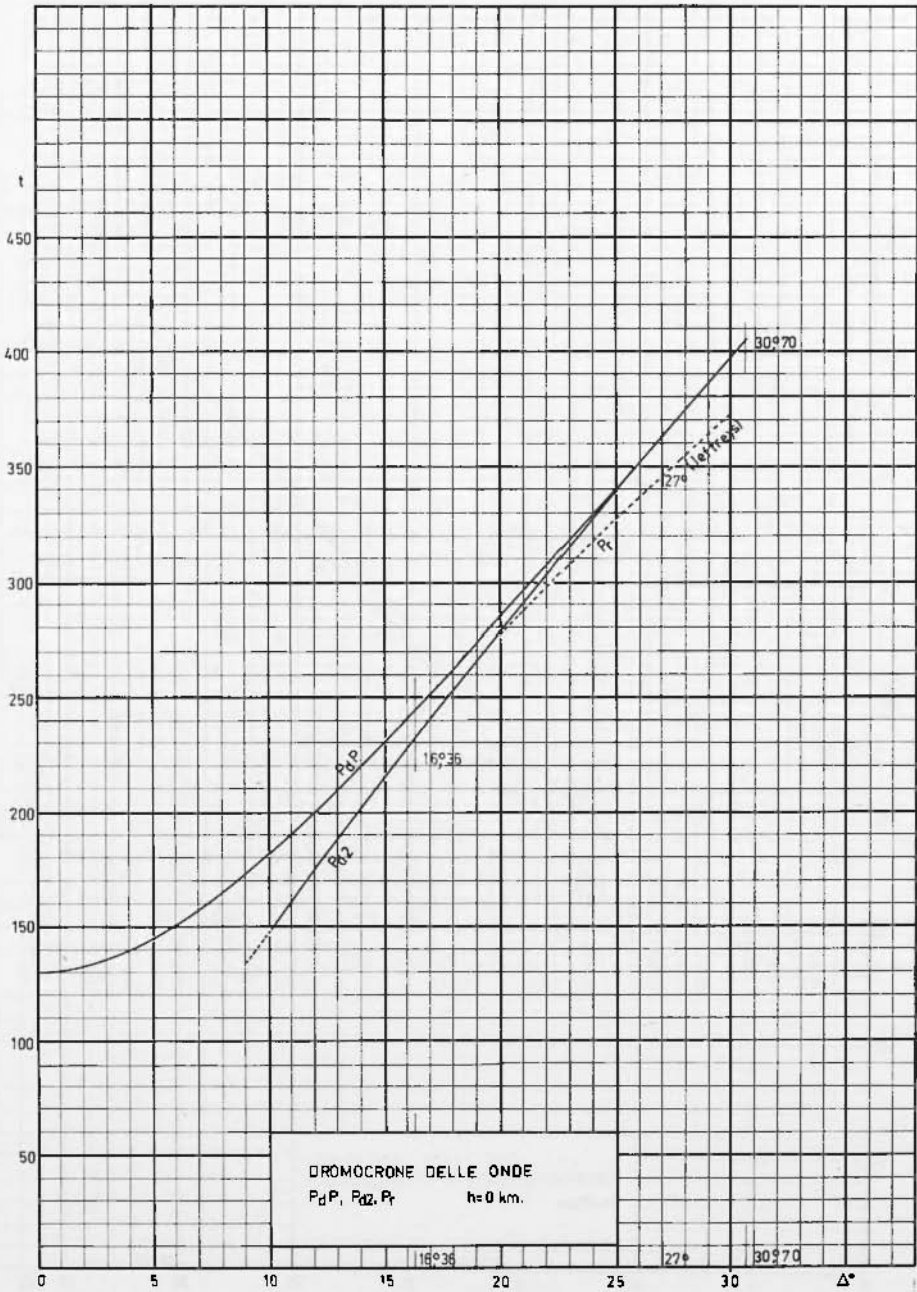
$$h = 400 \text{ » } t_{Pd_1} = 49,6026 + 2,0166A^2 - 0,1654A^3 + 0,0054 A^4(0^\circ-10^\circ)$$

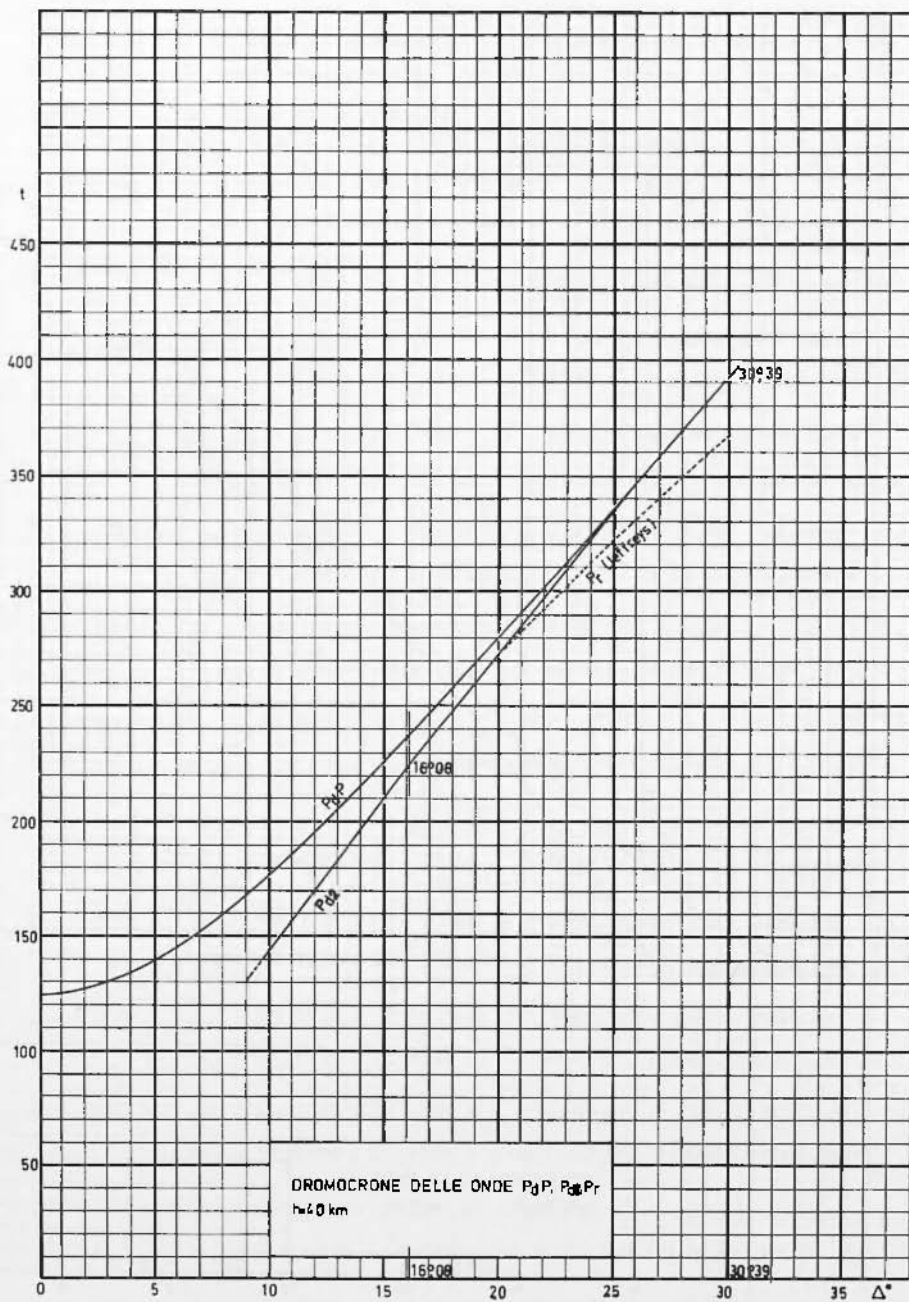
$$t_{Pd_2} = 17,7280 + 12,1700A + 0,0049A^2 - 0,00060A^3(16^\circ-22^\circ)$$

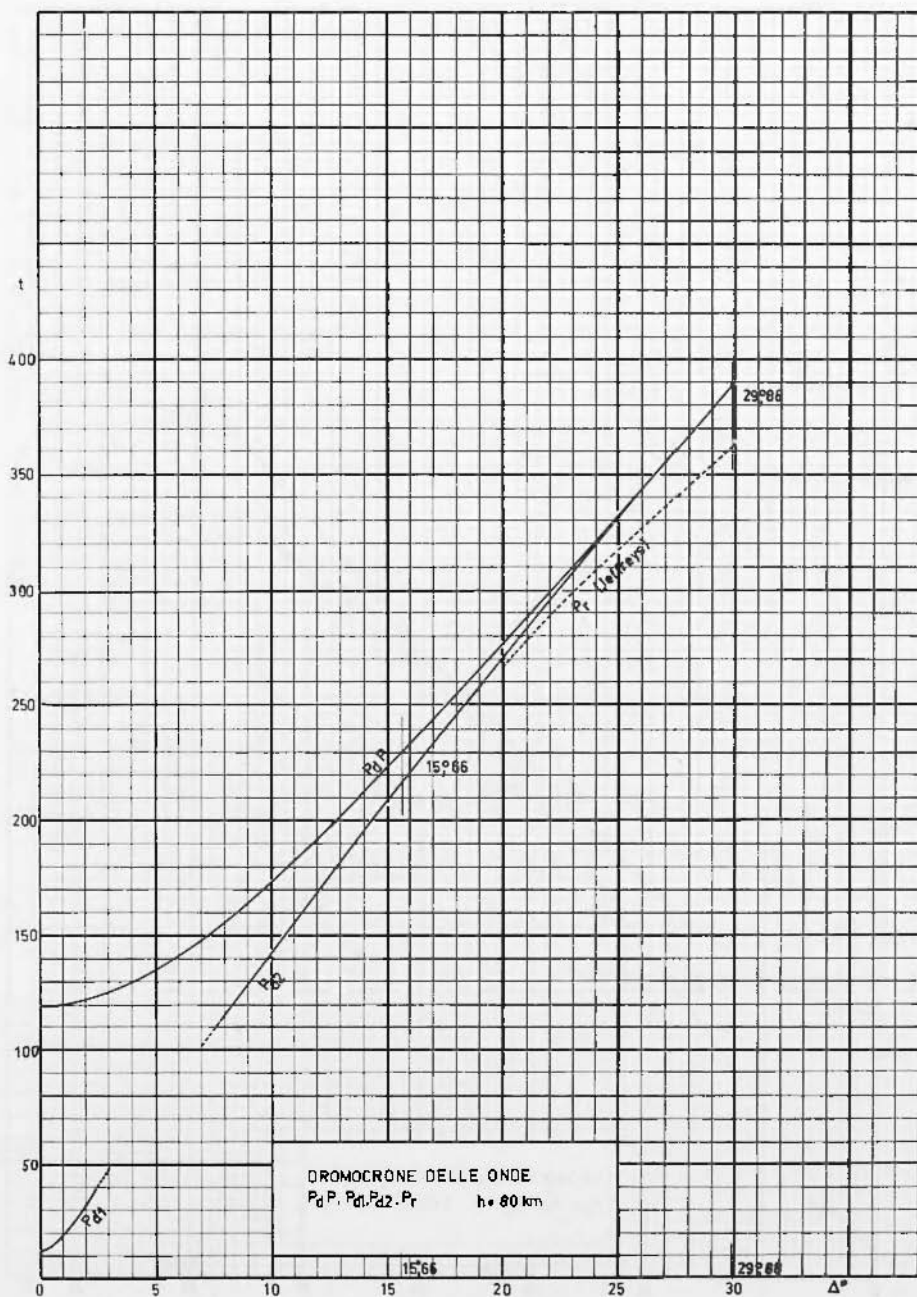
$$h = 450 \text{ » } t_{Pd_1} = 55,2991 + 1,7567A^2 - 0,1268A^3 + 0,0036 A^4(0^\circ-11^\circ)$$

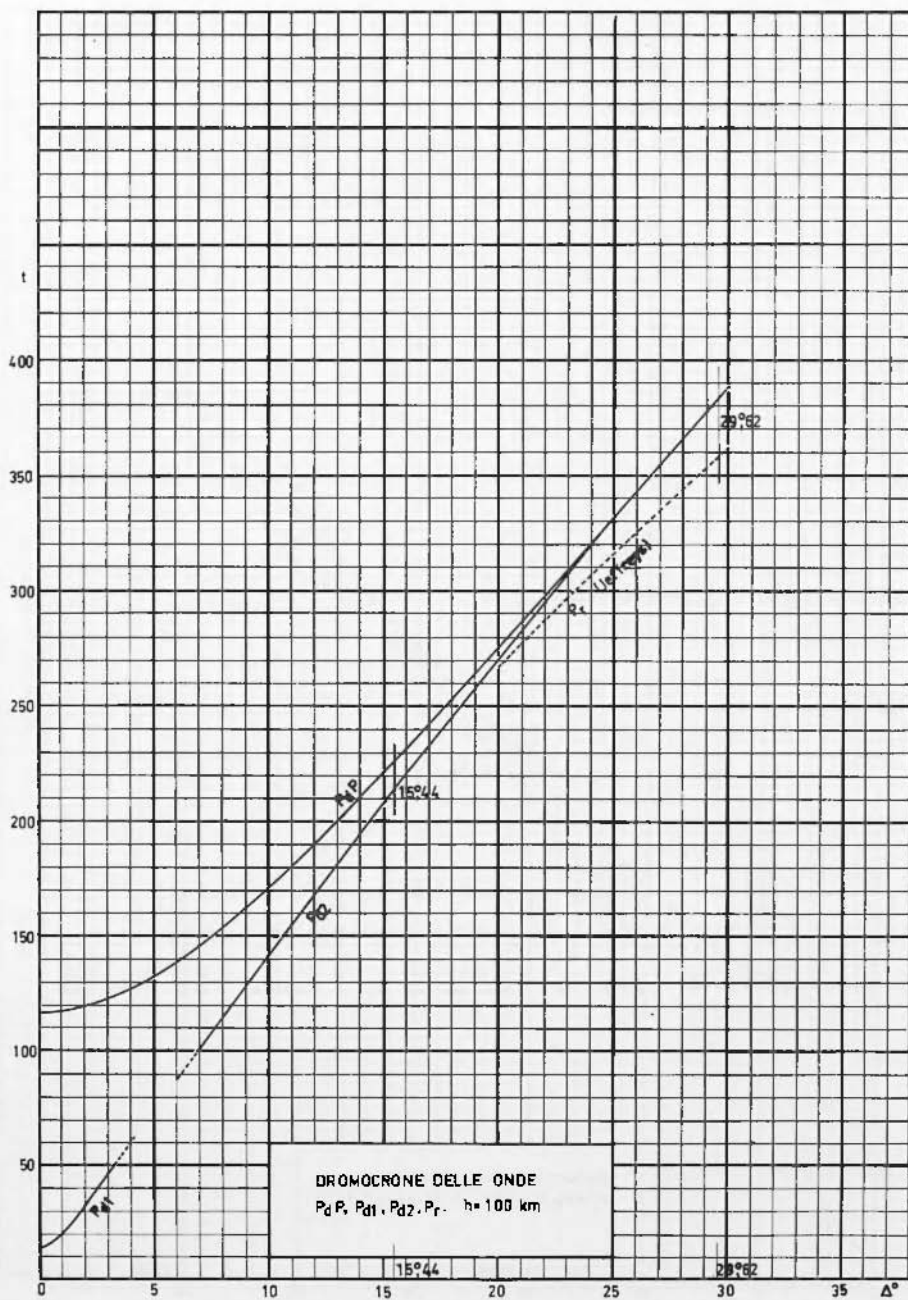
$$t_{Pd_2} = -6,4724 + 16,2660A - 0,2259A^2 + 0,0035 A^3(16^\circ-22^\circ)$$

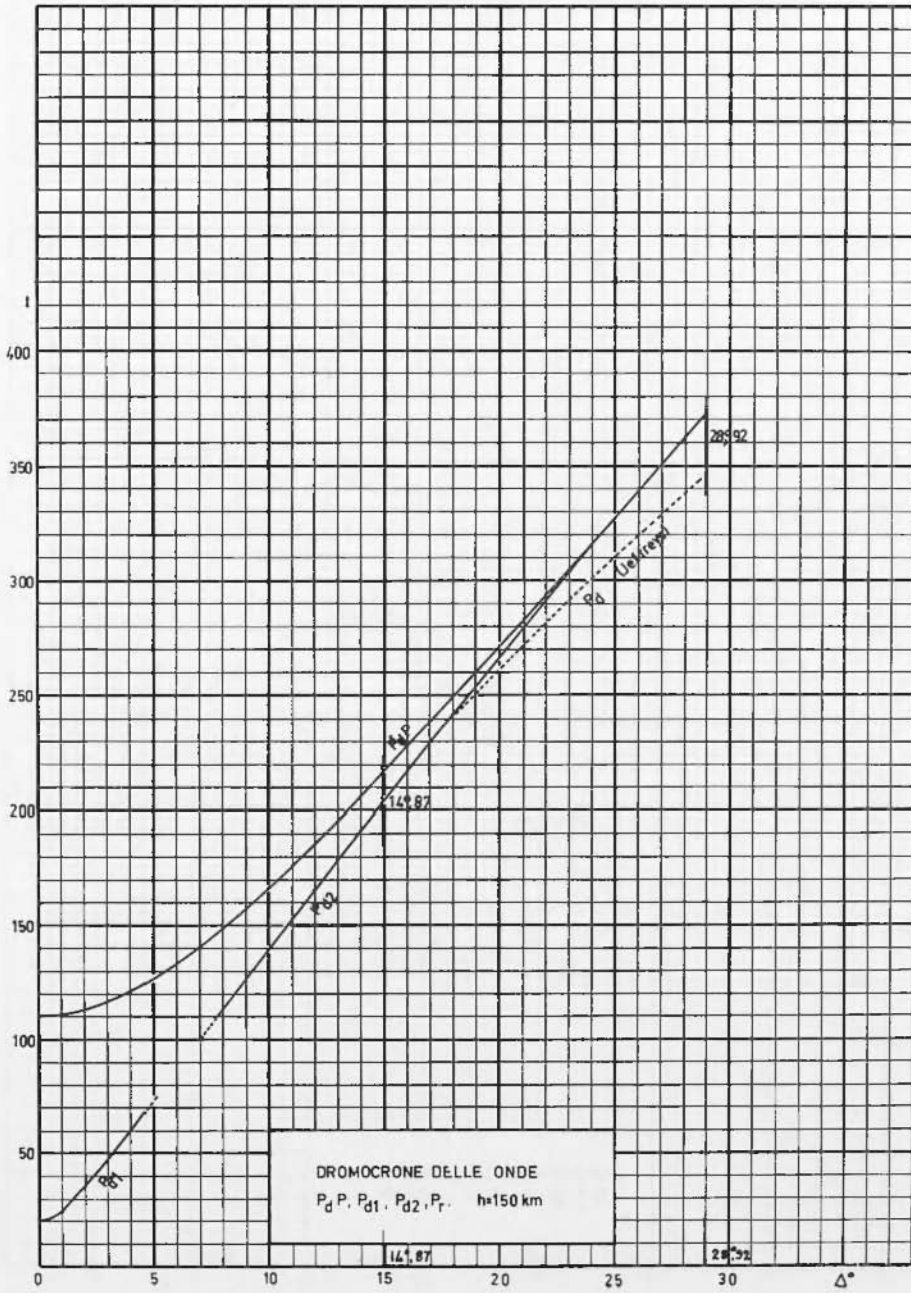
$$h = 500 \text{ » } t_{Pd_1} = 60,9543 + 1,5481A^2 - 0,0993A^3 + 0,0025 A^4(0^\circ-11^\circ)$$

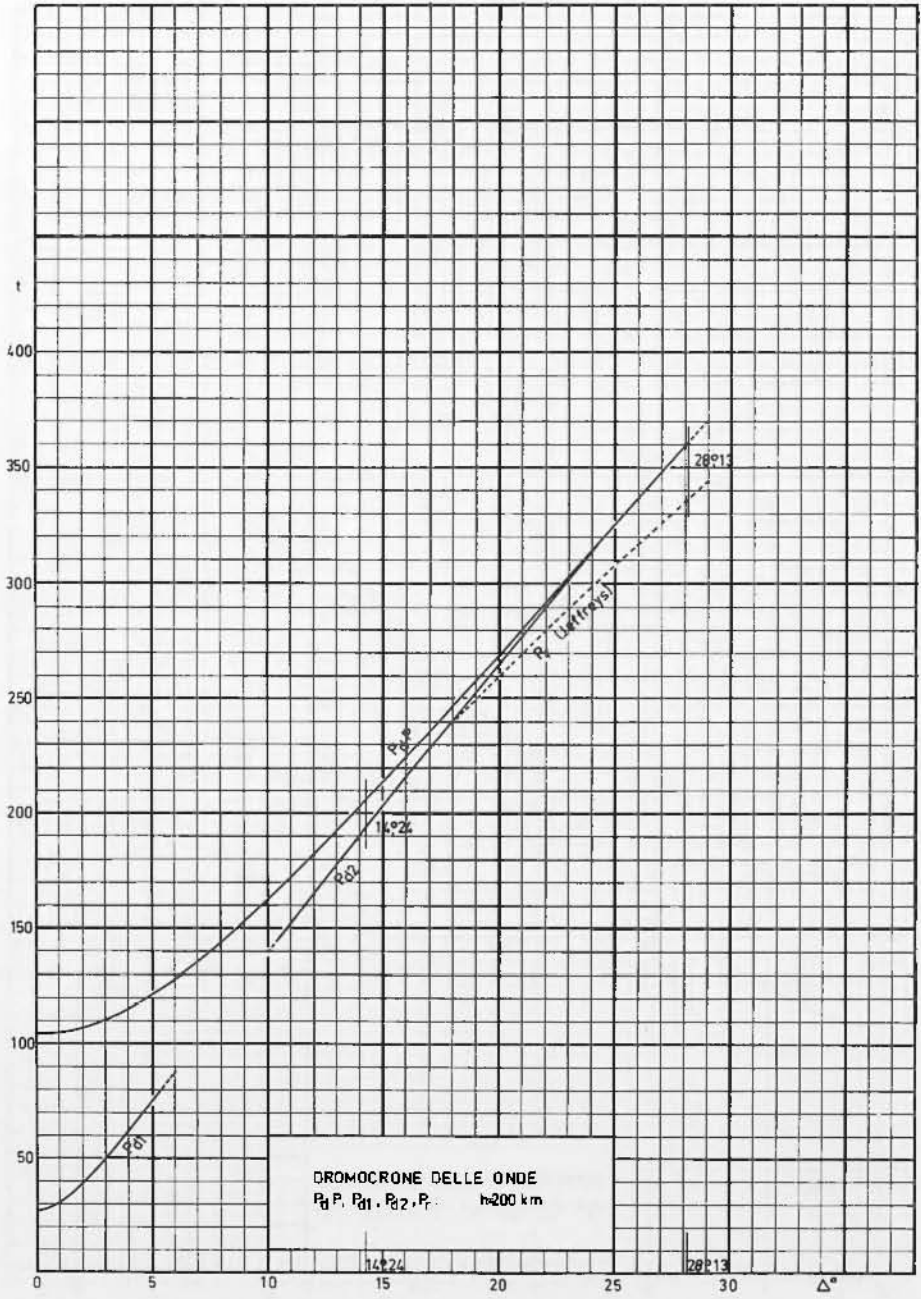


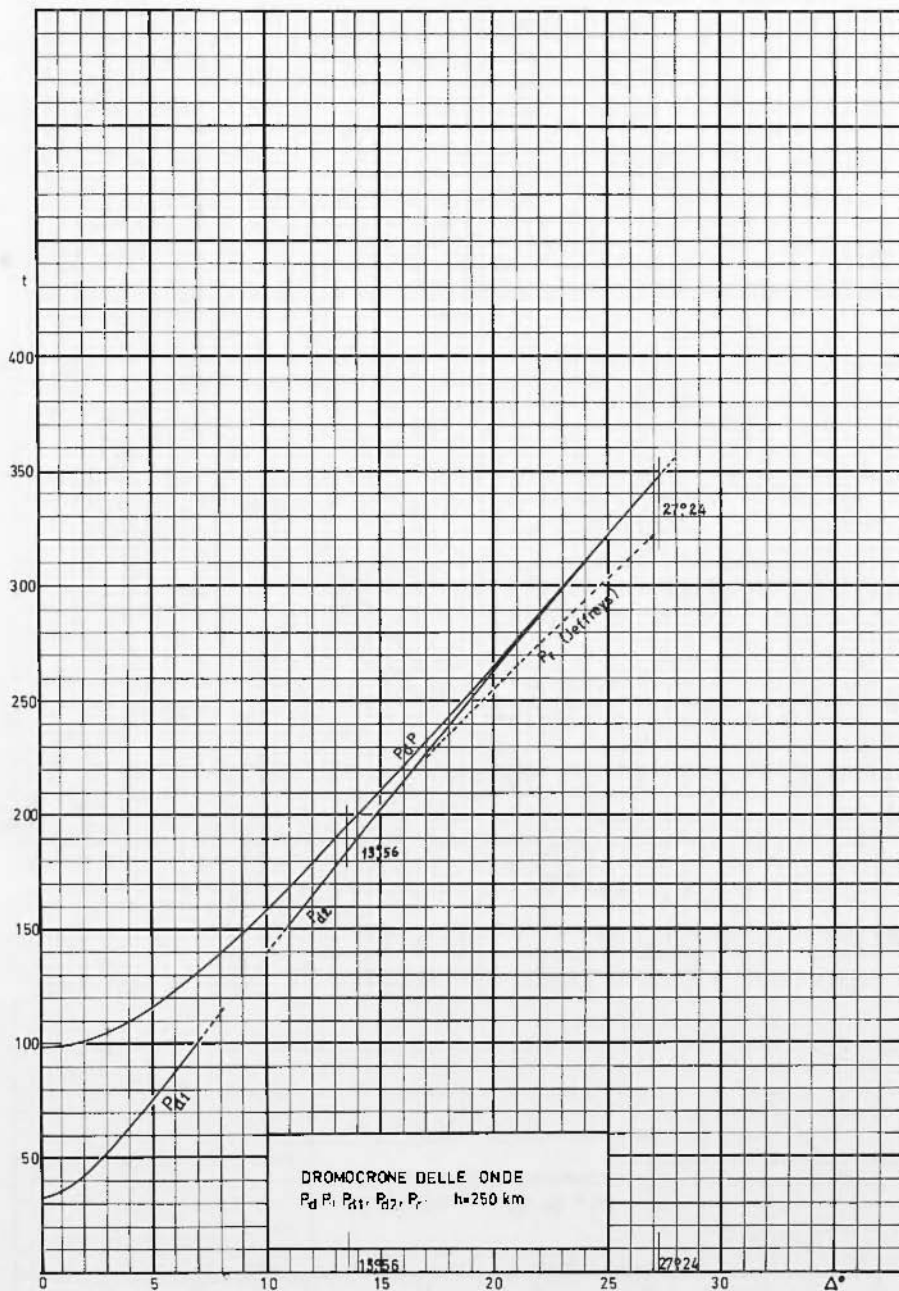


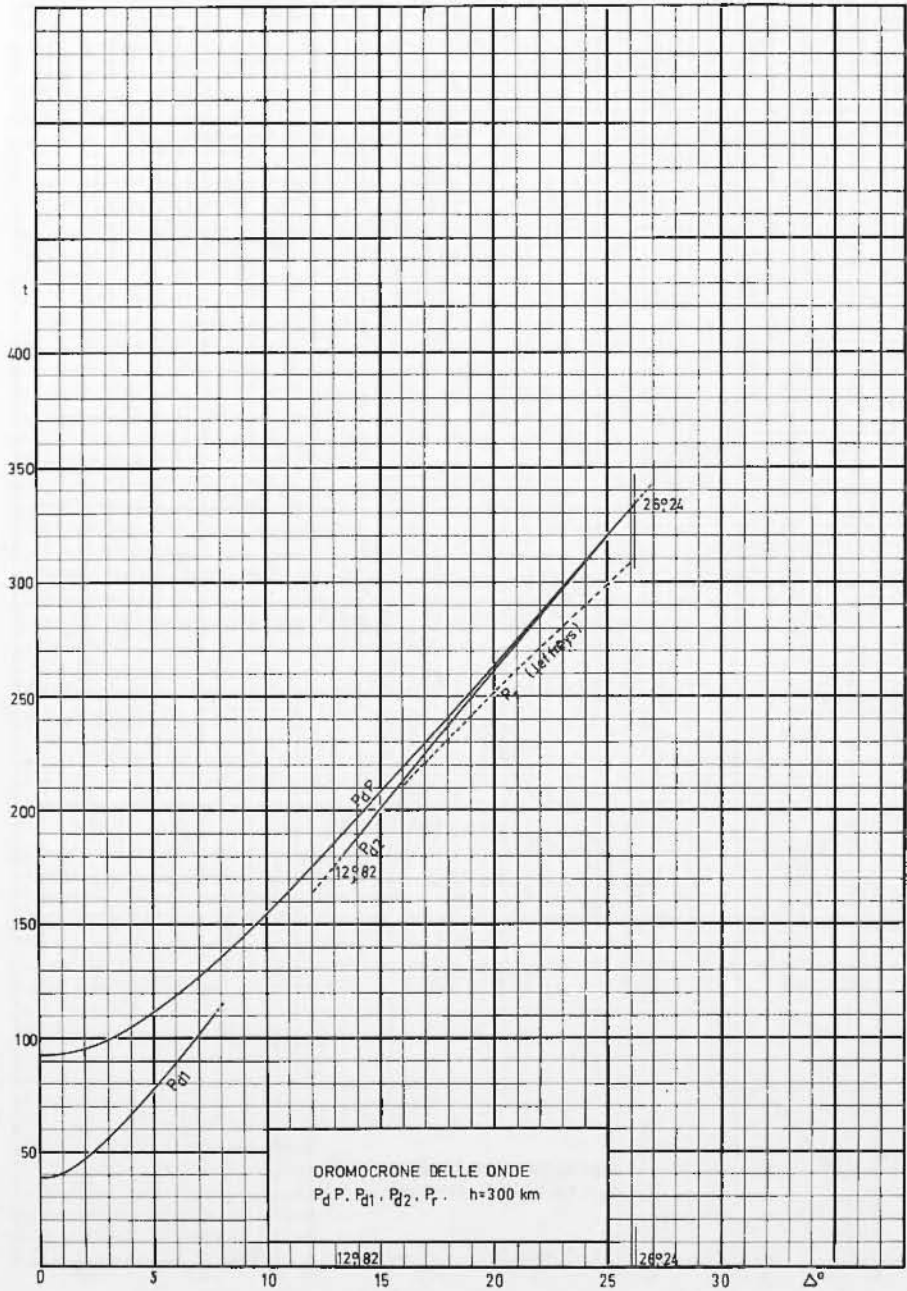


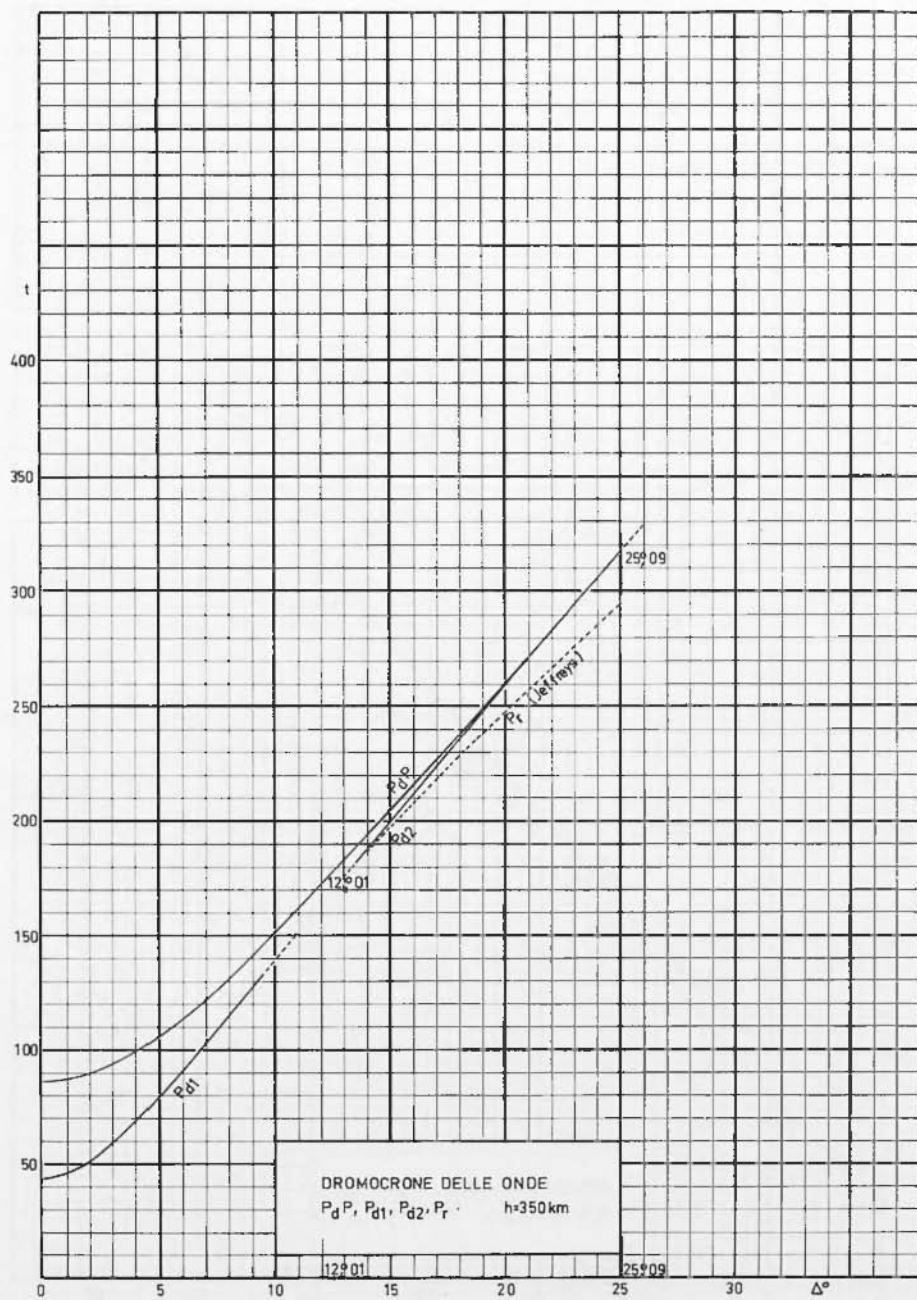


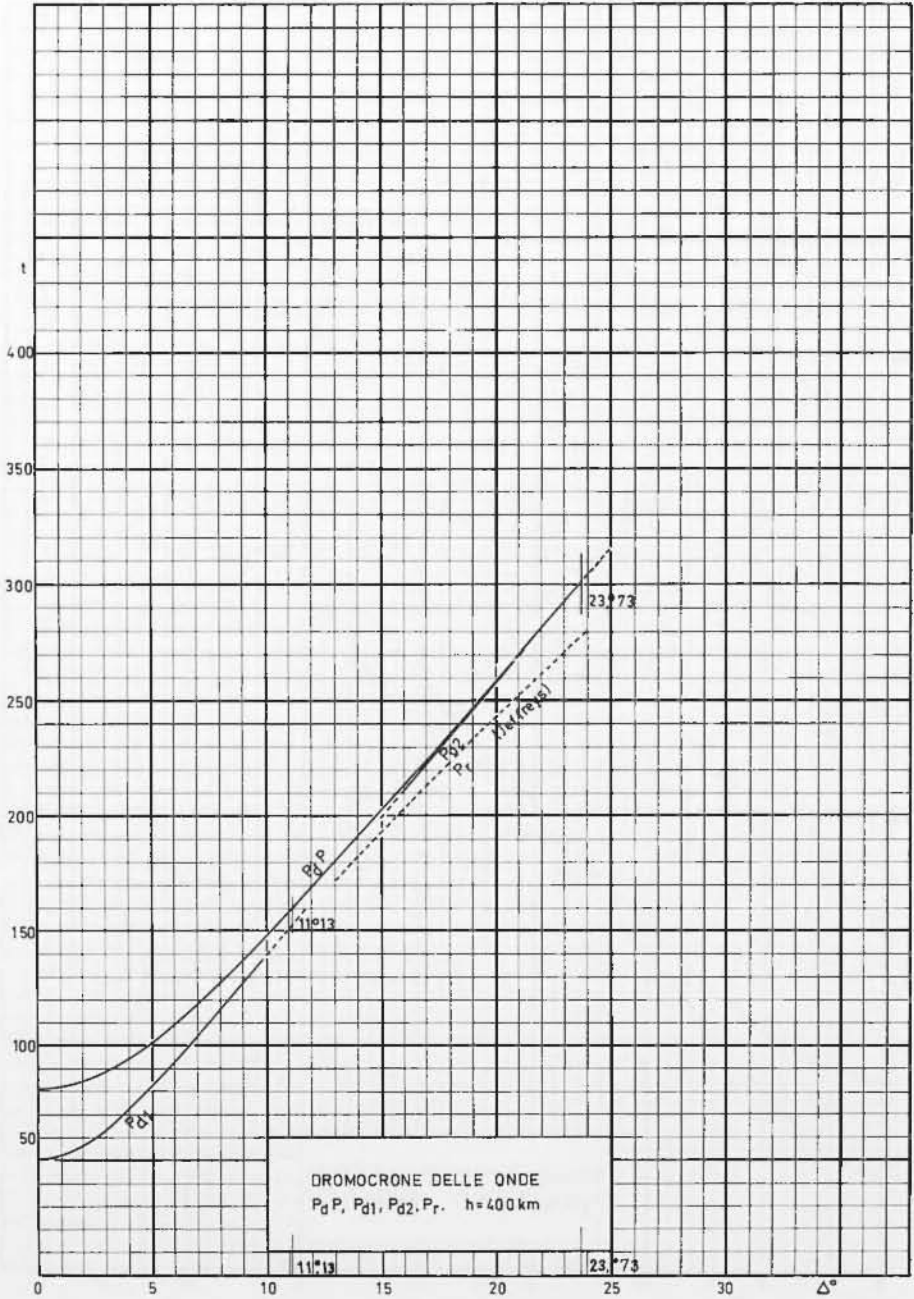


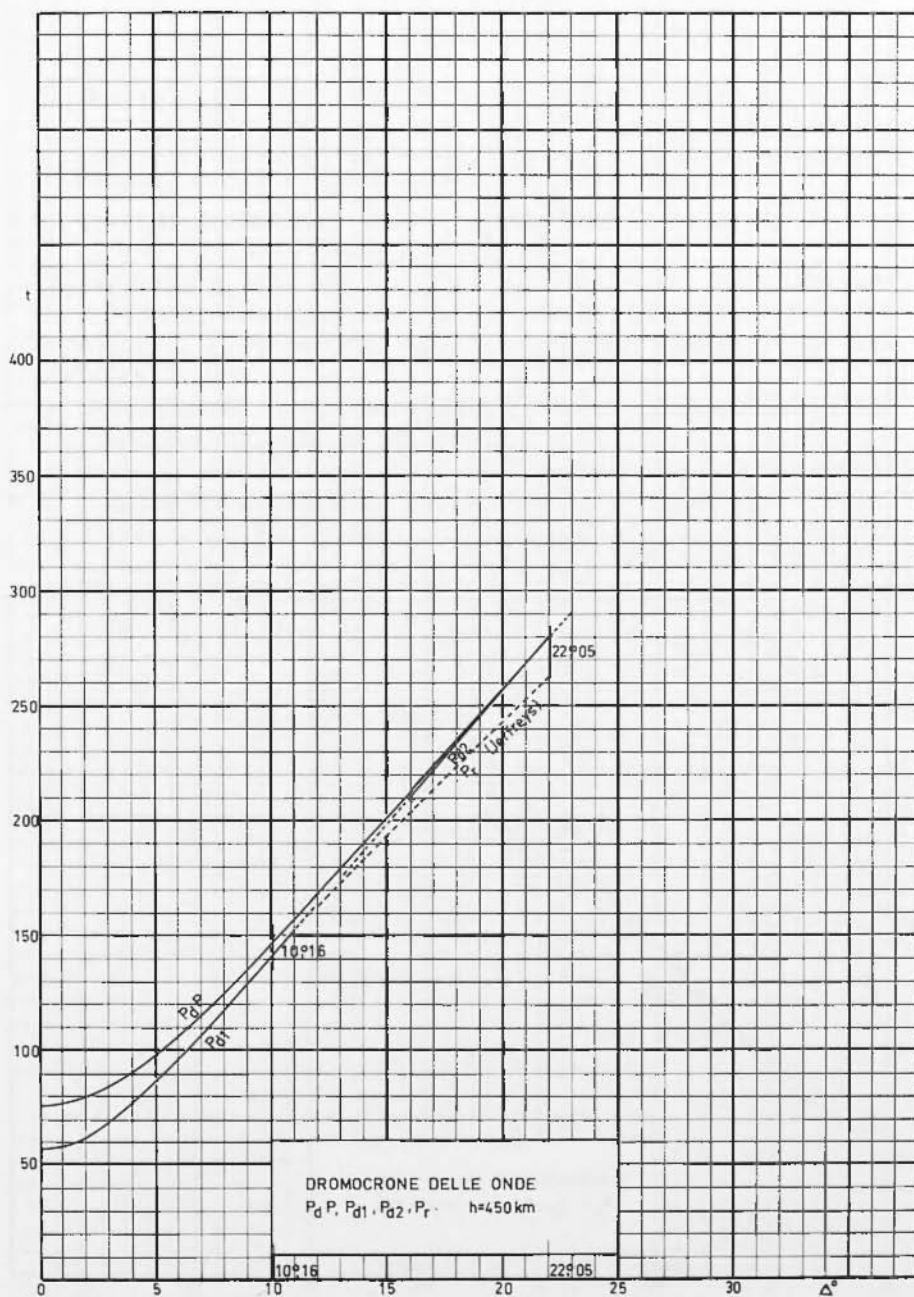


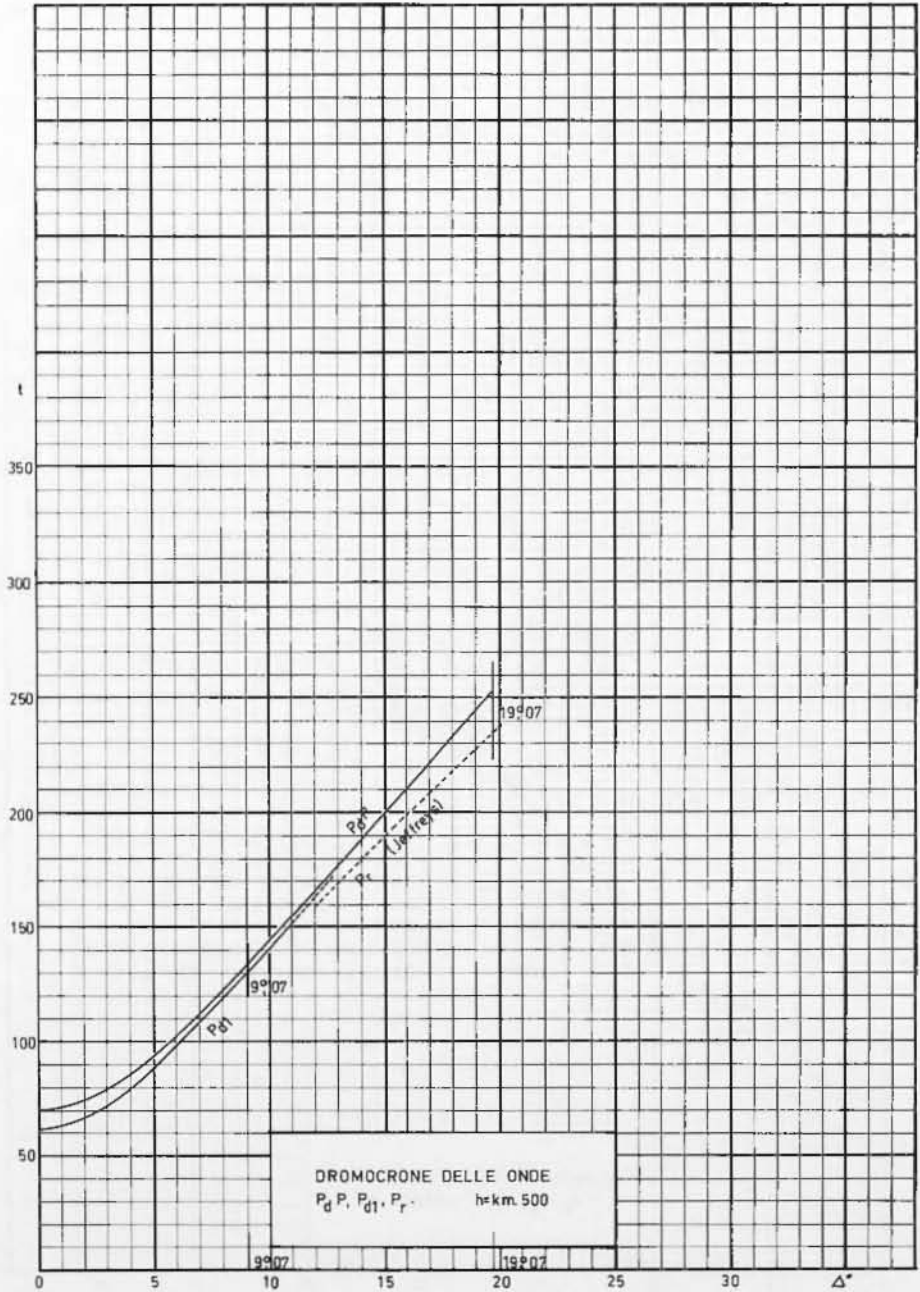












BIBLIOGRAFIA

- (1) BULLEN K. E., *An introduction to the theory of Seismology*, University Press, Cambridge, 1964.
 - (2) BULLEN K. E., *Seismic Ray Theory*, Monthly Not. « R. Astr. Soc. Geophys » Suppl.
 - (3) CALOI P., *On the upper mantle*, « Advances in Geophysics », Academic Press, New York and London, 12, 1967.
 - (4) FEDERICO B., GIRLANDA A., *Il terremoto della Sicilia del 23 Dicembre 1959 e la discontinuità 20°*, « Annali di Geofisica », XVIII, 2, 1965.
 - (5) GIRLANDA A., FEDERICO B., *La discontinuità 20°*, « Annali di Geofisica », XIX, 2, 1966.
 - (6) GUTENBERG B., *Energy ratio of reflected and refracted seismic waves* « Bull. Seis. Soc. Am. » 34, 85-102, 1944.
 - (7) JEFFREYS H., BULLEN K. E., *Seismological tables*, British Association for the advancement of Sciences, 1948.
 - (8) JEFFREYS H., *The reflection and refraction of elastic waves*, Monthly Not. « Roy Astron. Soc. Geophys. » Suppl. 1, p. 321, 1926.
 - (9) RICHTER C., *Elementary Seismology*, « H. W. Freeman and Co », S. Francisco, p. 287, 1958.
-