

Modello per una sistematica dei nuclei stabili

ENRICO MEDI

Ricevuto il 13-III-1960

Mediante una espressione lineare e tre successioni di numeri semplici è possibile ricostruire, nella quasi totalità, la serie dei nuclei degli elementi stabili. È cioè possibile conoscere il numero dei protoni (e quindi dei neutroni) che entrano a far parte del nucleo di un elemento stabile, quando sia dato il numero di massa di esso.

Il metodo è dedotto da un modello di nucleo a particelle alfa, secondo uno schema di simmetria di tipo cristallino, inteso ovviamente in senso topologico.

L'espressione è la seguente

$$P = 0,4 (M + G) \quad [1]$$

dove il valore di M è funzione del numero di massa A secondo la formula

$$M = A - E \quad [2]$$

P indica il numero dei protoni, G ed E sono due parametri da scegliere con criterio univoco fissato dalle seguenti successioni di valori.

La prima successione individua la grandezza G , quando sia dato il numero M ; ciò si ottiene considerando la sola cifra delle unità di M .

La prima linea riporta le cifre di tali unità, la seconda, in corrispondenza, i valori di G da usare

Cifra delle unità di M	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
Valori di G	7	6	7,5	9	8	7	8,5	10	9	8

Il parametro E è determinato dalla tabella che segue. Sono da fare due osservazioni. La prima è che la tabella si estende anche al di là della possibilità di trovare elementi stabili (superiori al Pb): essa segue tuttavia una linea preferenziale di stabilità dei nuclei. La seconda è

che la tabella scende al disotto di $A = 32$. L'estensione è fatta solo per generalizzazione formale della regola generale.

Da 9 a 16 $E = 6$	Da 32 a 113 $E = 0$	Da 200 a 211 $E = 8$
Da 17 a 24 $E = 4$	Da 114 a 155 $E = 2$	Da 212 a 223 $E = 10$
Da 25 a 32 $E = 2$	Da 156 a 177 $E = 4$	Da 224 a 235 $E = 12$
	Da 178 a 199 $E = 6$	Da 236 a 260 $E = 14$

Per un notevole numero di casi, a valori di A pari corrispondono due isobari stabili.

Per individuare tali isobari, oltre quelli della successione principale dati dalla formula [1], si segue lo stesso metodo; ma il numero M va modificato da un parametro additivo ε secondo l'espressione seguente

$$M' = M + \varepsilon$$

dove i valori del parametro ε sono fissati dalla corrispondenza con i valori delle unità di M secondo la tabella seguente

Unità di M	4	8	6	0
Valori di ε	+2	+2	-2	-2

Con la regola esposta si possono prevedere circa 250 elementi stabili: in alcuni casi si cade su elementi di lunga vita media e quindi considerabili come quasi stabili. Ci sono diversi casi invece nei quali gli elementi dati dal metodo hanno una vita media breve (in genere dell'ordine di giorni). Sono eccezioni alla regola generale e si riducono a circa una ventina di casi (A sempre dispari).

Al solo scopo di chiarire il metodo ed, evidentemente, non per giustificarlo, si fa notare come la successione dei valori del parametro G stia ad indicare (come si deduce facilmente dalla formula [1] la seguente successione di arrivo delle particelle elementari nei vari nuclei stabili: (N neutrone, P protone)

7	6	7,5	9	8	7	8,5	10	9	8	Valori di G
N_1	N_2	P_1	P_2	N_3	N_4	P_3	P_4	N_5	N_6	nucleoni

Da tale successione si vede come si abbiano due particelle alfa e due neutroni di legame per ogni decina dei valori di A .

Il significato del parametro E è il seguente: in corrispondenza di certi elementi (per esempio fra gli stabili Cadmio 48, Gadolinio 64, Hafnio 72, Mercurio 80) si aggiungono due neutroni extra (nel modello

Unità di M																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			
------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

occupano particolari posizioni di simmetria). Essi vanno quindi tolti per ritrovare il modulo normale della successione.

Come si è già detto per i valori di A inferiori a 32, il parametro E ha solo un significato di estensione formale della espressione generale.

I valori del parametro ε , dati per trovare il secondo isobaro pari stabile, mostrano che in corrispondenza all'aumento del secondo neutrone di ogni coppia di neutroni (numeri 4 8) si può invece avere una coppia di protoni; e viceversa, invece dell'aggiunta del secondo protone della coppia di protoni (numeri 6 0), si possono avere due neutroni.

Per il parametro E si possono trovare alcune varianti che darebbero ragione di un certo numero di elementi stabili, che rimangono fuori dallo schema generale.

Concludendo: al di sopra di S_{34} si hanno tre famiglie di isotopi corrispondenti alle tre espressioni:

$$M = A - E \quad M' = A + 2 - E \quad M'' = A - 2 - E$$

La prima contiene quasi tutti elementi stabili, la seconda e la terza hanno generalmente elementi stabili, per A pari.

È acclusa una tavola degli elementi stabili, avente per ascisse le decine del numero M e per ordinate i valori di G e di ε .

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Sull'asse delle ascisse sono riportate le decine di M , sull'asse delle ordinate le cifre delle unità, cominciando dal 3 fino al 2. È da notare che nelle due linee più alte è scritto 11 e 12 per semplificare il calcolo, invece che 1 e 2.

Accanto alla cifra delle unità sono riportati sulle ascisse i corrispondenti valori di G , per la serie normale, e in corrispondenza dei numeri pari anche i valori di ε per la ricerca del secondo isobaro stabile.

In ogni linea al centro sono gli elementi della serie normale; al di sopra gli isobari con due protoni al posto dei due neutroni, al di sotto gli isobari che hanno due neutroni al posto di due protoni.

Sotto la linea delle ascisse sono riportati anche i valori del parametro E , che vanno aggiunti a partire dalle caselle in quadro.

In conclusione, per trovare il numero di massa di uno qualsiasi degli elementi, si aggiunge al valore della decina scritta sulla ascissa il valore di E corrispondente e la cifra delle unità scritta sulla relativa ordinata.

Per avere immediatamente dalla tabella il numero dei protoni degli elementi della serie normale della riga base, corrispondente all'unità 3, basta moltiplicare per quattro i numeri scritti appositamente sotto i valori di E .

Per gli elementi che si trovano sulle righe superiori basta tenere conto dell'arrivo dei protoni in corrispondenza delle cifre 5, 6, 9, 0.

A Model for the Systematization of Stable Nuclei

By

ENRICO MEDI

Received October 13, 1960

The series of nuclei of stable elements can be almost entirely reconstructed by means of a linear expression and three successions of simple numbers. It is therefore possible to know the number of protons (and consequently of neutrons) that go to form the nucleus of a stable element when its mass number is given.

The method is deduced from a model of alpha particle nucleus, according to a crystalline symmetry scheme, which should obviously be intended in a topological sense.

The expression is as follows

$$P = 0,4 (M + G) \quad [1]$$

In it the value of M is a function of the mass number A , according to the formula

$$M = A - E \quad [2]$$

In the foregoing formulas, P is the number of protons; G and E are two parameters to be chosen according to a univocal criterion determined by the undermentioned successions of values.

The first succession individuates the quantity G , when the number M is given, which can be obtained by considering only the unit figure of M .

The first line contains the figures of these units, while such values of G as should be used are shown in the second line under each unit figure.

Unit figure of M :	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
Values of G :	7	6	7,5	9	8	7	8,5	10	9	8

The parameter E is determined by the following table. In this regard, two observations should be made: 1) The table extends beyond the possibility of finding stable elements superior to Pb . However, the table follows a preferential line of nuclear stability. 2) The table goes below $A = 32$. The extension is made only by means of a formal generalization of the general rule.

From 9 to 16 $E = 6$	From 32 to 113 $E = 0$	From 200 to 211 $E = 8$
From 17 to 24 $E = 4$	From 114 to 155 $E = 2$	From 212 to 223 $E = 10$
From 25 to 32 $E = 2$	From 156 to 177 $E = 4$	From 224 to 235 $E = 12$
	From 178 to 199 $E = 6$	From 236 to 260 $E = 14$

In a considerable number of cases, two stable isobars correspond to even values of A .

The same method should be followed to individuate these isobars, in addition to those of the principal succession given by [1]; but the number M has to be changed by an additive parameter ε according to the following formula

$$M' = M + \varepsilon$$

where the values of ε are fixed in correspondence with the values of the unit figures of M in accordance with the following table

Unit figures of M	4	8	6	0
Values of ε	+2	+2	-2	-2

Owing to the above-stated rule, almost 250 stable elements can be foreseen. In some cases, they are long average life elements and can therefore be considered as quasistable elements. In other cases, however, the elements foreseen thanks to the same method have a short average life (in general, of a few days). The latter are exceptions to the general rule, and amount to some twenty cases on the whole (A being always odd).

With the only aim of explaining the method, and without any view to justifying it, it should be pointed out that the succession of values of the parameter G is indicative of the following succession of arrival of elementary particles in the various stable nuclei (N = neutron, P = proton), as is easily realizable from [1]:

7	6	7,5	9	8	7	8,5	10	9	8	Values of G
N_1	N_2	P_1	P_2	N_3	N_4	P_3	P_4	N_5	N_6	Nucleons

The foregoing succession shows that there are two alpha particles and two binding neutrons for each ten of the values of A .

The meaning of the parameter E is the following: two extra neutrons (occupying particular symmetry positions within the model) can be added in correspondence with certain elements (for instance, such stable elements as cadmium 48, gadolinium 64, hafnium 72, mercury 80). Therefore, they will have to be taken off in order to find again the modulus of normal succession.

As previously remarked with regard to such values of A as are inferior to 32, the parameter E has the only meaning of a formal extension of the general expression.

The values of ε which should enable to find out the second even stable isobar, show on the contrary that a couple of protons can be found in correspondence with the increase of the second neutron of any couple of neutrons (numbers 4, 8), while two neutrons can be found in correspondence with the increase of the second proton of any couple of protons (numbers 6, 0).

Such variables of the parameter E as might be possibly found could account for a certain number of stable elements remaining outside of the general scheme.

To conclude, after S_{34} there are three families of isotopes corresponding to the following three expressions:

$$M = A - E, \quad M' = A + 2 - E, \quad M'' = A - 2 - E$$

Almost all the elements included in the first one are stable elements, while the second and the third generally contain stable elements when A is even.

In the enclosed table of stable elements, the abscissae are the tens of the number M , and the ordinates are the values of G and of ε .

EXPLANATION OF THE TABLE

The tens of M are to be found in the axis of abscissae; the figures of units, from 3 to 2, in the axis of ordinates. It should be pointed out that 11 and 12 are written on the two upper lines in order to simplify the calculation.

The unit figures noted on the abscissae are accompanied by the corresponding values of G for the normal series. The values of ε for the research of the second stable isobar are also noted in correspondence with even numbers.

Central lines contain the elements of the normal series. Isobars with two protons instead of two neutrons are noted above; isobars with two neutrons instead of two protons are noted below.

The elements of the parameter E — which should be added from the squares onwards — are noted under the abscissa line.

In conclusion, the mass number of any of the elements can be found by adding both the value of E and the unit figure written on the related ordinate to the value of the ten written on the abscissa.

In order to obtain immediately the number of protons of the elements of the normal series noted in the ground row, corresponding to the unit 3, it is sufficient to multiply by four the numbers purposely written under the values of E .

As regards the elements noted in the upper rows, it is sufficient to take into account the arrival of protons in correspondence with figures 5, 6, 9, 0.