

Un criterio pratico di trasformazione fra diagrammi di resistività apparente ottenuti con differenti dispositivi

R. CASSINIS

Da lungo tempo si discute sulla più conveniente configurazione geometrica dello stendimento da adottare nei sondaggi elettrici verticali. Per varie ragioni, del resto ormai ben note, la maggioranza degli operatori tende ad usare il dispositivo Schlumberger; in questo schema la distanza tra le sonde del potenziale resta fissa mentre vengono spostati gli elettrodi di corrente oppure, se la distanza tra le sonde viene variata, la misura viene ripetuta lasciando fissi gli elettrodi.

I diagrammi teorici interpretativi vengono calcolati in maggioranza per il dispositivo Schlumberger nella ipotesi che la distanza tra gli elettrodi potenziometrici sia infinitesima; il vecchio metodo Wenner però, è ancora molto diffuso; è assai utile, pertanto, poter adoperare i diagrammi ricavati con ambedue le ipotesi e, poichè il calcolo è assai laborioso, passare da una serie all'altra di curve mediante un procedimento semplice e sufficientemente approssimato.

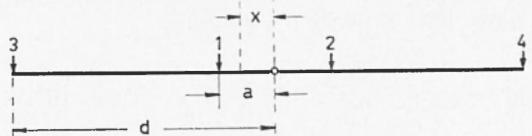
A. Belluigi⁽¹⁾ partendo dall'espressione generale della resistività per il polo singolo, trova la relazione seguente, che fornisce la differenza tra la resistività osservata (ρ_a) mediante un rapporto $y = \frac{a}{d} \neq 0$ e quella (ρ_o) che si otterrebbe con $y \rightarrow 0$ (dispositivo Schlumberger):

$$\rho_a - \rho_o = \frac{1 - y^2}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{\rho(d+x) - \rho(d)}{\left(1 + \frac{x}{d}\right)^2} dx \quad [1]$$

dove d è la semidistanza tra gli elettrodi di corrente e a è la semidistanza tra le sonde del potenziamento (fig. 1).

La correzione può essere ricavata direttamente dalla [1] calcolando l'integrale per via grafica; questo procedimento è ovviamente troppo laborioso ed occorre perciò cercare un metodo più rapido.

Per il calcolo approssimato conviene sviluppare in serie la funzione integranda. Per



1-2 : sonde del potenziale
3-4 : elettrodi di corrente

Fig. 1

lo sviluppo di ρ ci limiteremo al termine di terzo grado, poichè è praticamente impossibile calcolare le derivate superiori alla seconda, e l'ultimo termine ci servirà solo a mostrare che in generale è abbastanza piccolo da potere essere trascurato.

Anche lo sviluppo di $\left(1 + \frac{a}{d}\right)^{-2}$ è stato limitato generalmente ai termini quadratici, perchè $\frac{x}{d}$ può raggiungere al massimo il valore di $1/3$; il termine di terzo grado, pari a $4\left(\frac{x}{d}\right)^3$, vale perciò circa $1/8$. Tenendo presente che le variazioni relative di resistività apparente nel passaggio da uno stendimento all'altro raggiungono difficilmente il 10%, si deduce che effettivamente i termini di 3° ordine sono piccoli ed è senz'altro

sufficiente tenerne conto solo per il calcolo del coefficiente della derivata prima, come è stato fatto.

Si ottiene così:

$$\begin{aligned} \frac{\varrho(d+x) - \varrho(d)}{\left(1 + \frac{x}{d}\right)^2} &= \left\{ \varrho' x + \frac{1}{2} \varrho'' x^2 + \frac{1}{6} \varrho''' x^3 \dots \right\} \\ &\left\{ 1 - 2 \frac{x}{d} + 3 \frac{x^2}{d^2} - 4 \frac{x^3}{d^3} \dots \right\} = \\ &= \varrho' x - \left(2 \frac{\varrho'}{d} - \frac{1}{2} \varrho'' \right) x^2 + \\ &+ \left(3 \frac{\varrho'}{d^2} - \frac{\varrho''}{d} + \frac{1}{6} \varrho''' \right) x^3 + \\ &\left(-4 \frac{\varrho'}{d^3} + \frac{3}{2} \frac{\varrho''}{d^2} - \frac{1}{3} \frac{\varrho'''}{d} \right) x^4 + \frac{1}{2} \varrho''' \frac{x^5}{d^2} \end{aligned}$$

Moltiplicando per dx , integrando e limitando tra $-a$ e $+a$, i termini con le potenze pari si elidono e rimane:

$$\begin{aligned} \varrho_a - \varrho_o &= \frac{1-y^2}{2a} \left[-\frac{2}{3} \left(2 \frac{\varrho'}{d} - \frac{1}{2} \varrho'' \right) a^3 + \right. \\ &\left. + \frac{2}{5} \left(-4 \frac{\varrho'}{d^3} + \frac{3}{2} \frac{\varrho''}{d} - \frac{1}{3} \frac{\varrho'''}{d} \right) a^5 \right] \end{aligned}$$

ovvero, ponendo $a = dy$:

$$\begin{aligned} \varrho_a - \varrho_o &= (1-y^2) \left[-\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} y^2 \right) \varrho' + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} y^2 \right) a \cdot \varrho'' - \frac{1}{15} y^2 a^2 \varrho''' \right] \cdot y^2 d \end{aligned} \quad [2]$$

Nel caso in cui $y = \frac{1}{3}$ (dispositivo Wenner) si ha:

$$\begin{aligned} h = \varrho_a - \varrho_o &= -0,0747 d \cdot \varrho' + \\ &+ 0,0198 d^2 \varrho'' - 0,0007 d^3 \varrho''' \end{aligned} \quad [3]$$

La correzione può essere limitata al secondo termine. I coefficienti numerici dei termini successivi, infatti sono assai piccoli; come si vede, quello del terzo termine è circa il 4% di quello del secondo. Perciò, anche se la derivata terza ha un valore sensibile, l'influenza di tale termine diviene consistente

solo a grandi distanze, ove la precisione delle misure non può essere molto elevata.

Consideriamo il caso di $\frac{a}{d} = \frac{1}{3}$ come valore massimo raggiungibile nella pratica degli stendimenti dei sondaggi elettrici ed esaminiamo perciò con la [3] il contributo di ciascuno dei due termini nella correzione totale da apportare ai valori di ϱ per trasformare una curva « Schlumberger » in una « Wenner » e viceversa.

È ovvio che, quando la curvatura è nulla vi è solo da considerare il contributo del 1° termine; in questo caso può essere comodo apportare alla curva, anziché la correzione di ordinata (ϱ), quella di ascissa (x):

$$x_a - x_o = \frac{\varrho_a - \varrho_o}{\varrho'} = -0,0747 d.$$

Ricordando inoltre che i diagrammi dei sondaggi elettrici vengono disegnati sul piano logaritmico, si ha che, per i tratti rettilinei, basta spostare la curva di una quantità costante lungo l'asse delle ascisse. Dai segni dei termini della [3] si rileva anche che, quando le curve scende, la correzione è positiva (passando da ϱ_o a ϱ_a); quando sale, la correzione è negativa, e cioè la curva « Wenner » si trova al disotto della Schlumberger: è noto, difatti, che le curve del primo tipo sono più « attenuate » di quelle del secondo. Si nota ancora che, passando da ϱ_a a ϱ_o , la correzione per il secondo termine deve essere apportata sempre verso la parte interna della curva.

Nei tratti dove la curvatura diviene sensibile, il secondo termine non è più trascurabile e sorge il problema di come calcolare ϱ'' con esattezza sufficiente; difatti, se si sceglie un intervallo piccolo, gli errori di lettura portano una imprecisione sensibile nella determinazione delle curvature: se l'intervallo è grande, non si tiene conto della forma reale della curva. Occorre una certa esperienza per la scelta dell'intervallo più opportuno.

Un criterio può essere anche quello di eseguire l'integrazione grafica limitatamente a qualche punto delle zone in cui la curvatura è più forte.

In fig. 2 è riportato un diagramma teorico per il caso di 3 strati, calcolato per il dispositivo Schlumberger (tratto continuo); i rap-

porti di resistività sono stati scelti in modo che la curvatura, nella parte inferiore della curva, fosse assai sensibile. La curva tratteggiata è quella ottenuta apportando, ai valori di ρ letti sul diagramma, la correzione calcolata con la [3] limitata al 2° termine.

considerato uguale a zero. Difatti, aumentando la distanza tra gli elettrodi, la tensione misurata alle sonde si abbassa, fino a non poter essere più determinata con la precisione occorrente. Per non spostare le sonde troppo frequentemente, la misura, per lo

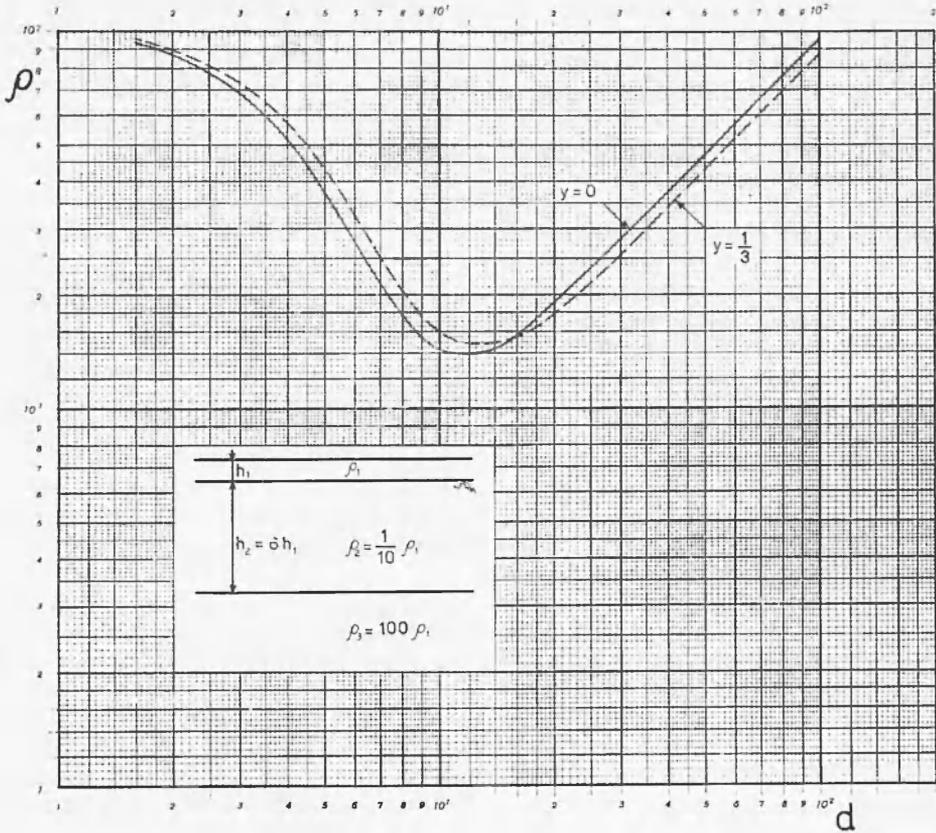


Fig. 2

Alcuni controlli eseguiti integrando graficamente la [1], hanno dimostrato che l'approssimazione raggiunta con la [3] è del tutto soddisfacente.

Il procedimento descritto può essere applicato utilmente, oltre che per trasformare le curve teoriche, anche per eliminare delle deformazioni talvolta piuttosto sensibili, negli stessi diagrammi sperimentali di campagna. Come è noto, impiegando il dispositivo Schlumberger, il rapporto $y = \frac{a}{d}$ non rimane costante e non può essere sempre

stesso d , viene ripetuta con a notevolmente più grande. In tal modo y può raggiungere il valore di $\frac{1}{5}$ e, talora, anche di $\frac{1}{3}$. In

questi punti di « riattacco » i valori misurati di ρ con i due diversi a possono divergere sensibilmente. Questo fatto ha due cause: la prima è che le condizioni superficiali nell'interno delle sonde sono variate; la seconda è che ci si discosta dall'ipotesi $y = 0$. La differenza delle condizioni superficiali si corregge assai semplicemente, trasladando parallelamente i vari tratti di curva in modo da

portarli a coincidere. Lo scarto causato dalla variazione di y , invece, si può correggere con la [2], calcolando i coefficienti per vari y . In pratica basterà determinare le correzioni solo per i valori più grandi del rapporto, poichè già per $y = \frac{1}{8}$ il coefficiente del primo termine diviene $1/7$ di quello per $y = \frac{1}{3}$ e la correzione è perciò trascurabile.

Nella maggioranza dei casi, è sufficiente determinare la differenza di ρ nel punto di riattacco e raccordare la curva corretta con il punto del diagramma osservato nel quale y è sufficientemente piccolo.

Quando i « K » del diagramma sono elevati e il « riattacco » avviene proprio nei pressi della massima curvatura, cioè y è variabile quando ρ'' è sensibile, occorre procedere con maggiore cautela per non deformare la curva. Si nota però dalla [2] che, a parità di d , la correzione dovuta al secondo termine è sensibilmente proporzionale ad y^2 .

Un criterio che garantisce una accuratezza notevole è quello di calcolare per mezzo delle [3], solo per il tratto curvo, i diagrammi teorici di Wenner, e di disegnarli sulle curve interpretative. Confrontando questo tratto di diagramma teorico con quello osservato, è più agevole eseguire il raccordo tra il punto di « riattacco » e quello dove la correzione diviene trascurabile. La correzione ai valori misurati viene così dedotta direttamente dalle curve; essa deve essere eventualmente ridotta, se $a < a_0 = \frac{1}{3} \bar{d}$, nel rapporto $\left(\frac{a}{a_0}\right)^2$.

RIASSUNTO

Viene proposto un metodo approssimato per trasformare i diagrammi di resistività ottenuti con differenti dispositivi elettrodi, in quelli ricavati seguendo lo schema Schlumberger, o viceversa. Il criterio esposto, di applicazione assai rapida, si presta anche a risolvere il problema, che sorge durante le misure in campagna, di raccordare i vari tratti di curva osservata quando cambia la distanza fra le sonde del potenziale.

ABSTRACT

A rapid method is proposed to transfer the observed resistivity curves obtained with any electrode configuration into Schlumberger diagrams. Such procedure is of practical application even to solve the field problem of fitting the different sections of the diagrams, when the distance between the voltage electrodes changes.

BIBLIOGRAFIA

- (1) BELLUIGI, A., *Su una « erata quaestio » di gerarchia nei dispositivi dei sondaggi elettrici.* « Geofisica pura e Applicata », XXIV, 1956.
- (2) — *Abaques de sondage électrique par la Compagnie Générale de Géophysique.* « Geophysical Prospecting », 1955, suppl. 3.
- (3) ALFANO, L., *Studi sulla interpretazione dei sondaggi elettrici verticali.* « Rivista di Geofisica Applicata », 2, 1951.