

IL CALCOLO DELLE SUPERFICI RIFLETTENTI NEI RILIEVI SISMICI A RIFLESSIONE

CAMILLO CONTINI

1. *Premesse.* — La velocità v di trasmissione delle onde sismiche longitudinali in un mezzo elastico isotropo ed omogeneo è data dalla

$$v = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\sigma(1+m)(1-2m)}} \quad [1]$$

ove E è il modulo di elasticità di Young, m il rapporto di Poisson e σ la densità del mezzo stesso.

I valori delle costanti di elasticità e della densità dei terreni che costituiscono il sottosuolo sono funzione della compattezza e del grado di costipazione dei terreni stessi e quindi funzione delle pressioni cui questi sono sottoposti attualmente e furono sottoposti in passato, dei tempi d'azione delle pressioni stesse, delle temperature agenti, dei fluidi contenuti e della loro costituzione e pressione, ecc. ⁽¹⁾.

Per le profondità che interessano le ricerche minerarie, al massimo di una decina di chilometri, possiamo, con Gutenberg ⁽²⁾, porre uguale a $\frac{1}{4}$ il rapporto m di Poisson, e quindi porre

$$v = \sqrt{\frac{5}{5} \frac{E}{\sigma}} \quad [2]$$

Se allora per i valori della densità e del modulo di elasticità adottiamo le formole seguenti, che si deducono da quelle di Schweydar,

$$\sigma = \sigma_0(1 + \alpha z + \beta z^2) \quad [3]$$

$$E = E_0(1 + \alpha' z + \beta' z^2) \quad [3]$$

ove $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ sono delle costanti da determinare sperimentalmente e z la profondità, otteniamo per la velocità l'espressione

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 + \alpha' z + \beta' z^2}{1 + \alpha z + \beta z^2}} \quad [4]$$

essendo v_0 la velocità alla profondità $z = 0$.

Se per la densità adottiamo la formola di Schweydar e per il modulo di elasticità adottiamo la formola di Prey

$$E = E_0(1 + az + bz^2 + cz^3 + dz^4) \quad , \quad [5]$$

ove a , b , c , d sono al solito delle costanti da determinarsi sperimentalmente, abbiamo

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 + az + bz^2 + cz^3 + dz^4}{1 + az + \beta z^2}} \quad [6]$$

Le determinazioni sperimentali della densità fatte su campioni prelevati a diverse profondità, mediante le sonde perforate per le ricerche petrolifere, confermano la validità della formola di Schweydar, la prima delle [3], anche per le relativamente piccole profondità di interesse per le ricerche minerarie.

Nella fig. 1 riportiamo i valori, determinati dallo scrivente, della densità dei terreni attraversati dalla sonda N. 3 di Genzano, nella

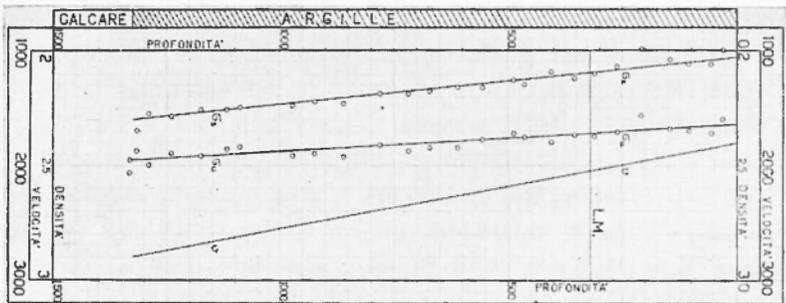


Fig. 1

valle dell Bradano, perforata nel 1941 dall'Azienda Generale Italiana Petroli: la curva contraddistinta da σ_u dà i valori relativi ai terreni saturi dell'acqua di strato e quella contraddistinta da σ_s i valori relativi agli stessi terreni seccati in corrente d'aria secca a 60° Cent. Le differenze fra le due densità sono evidentemente i valori della porosità. I valori di σ_0 e di α sono rispettivamente di 2,03 e 0,00010 per la curva σ_s e di 2,32 e 0,00005 per la curva σ_u . I valori di β risultano sensibilmente nulli.

È notevole il fatto che la densità assoluta σ_a , ossia la densità riferita al volume ridotto della porosità,

$$\sigma_a = \frac{\sigma_s}{1 - (\sigma_u - \sigma_s)} \quad ,$$

risulti sensibilmente costante, uguale a 2,85, indipendente dalla profondità e , di conseguenza, che l'aumento delle densità σ_s e σ_u colla profondità sia dovuto pressoché esclusivamente alla diminuzione della porosità.

Raramente avverrà di trovare una pila di terreni omogenei per oltre 1300 metri di potenza, come nell'esempio riportato nella figura; in generale si troveranno delle curve della densità assai meno regolari: si noterà sempre però che per una stessa specie di roccia la densità sarà maggiore per le maggiori profondità e che mediamente si avrà un aumento della densità colla profondità secondo una legge del tipo della prima delle [3]. Come si sa, proprio sull'aumento della densità colla profondità e col tempo sono basate le possibilità d'impiego dei metodi gravimetrici di rilievo, assai diffusi specialmente nella prospezione petrolifera.

La determinazione diretta del modulo di elasticità E dei terreni è in generale molto difficile, se non impossibile, sia perché i terreni stessi si presentano d'ordinario con scarsa consistenza, sia perché molto laboriosa riesce la riproduzione in laboratorio delle condizioni di sollecitazione delle rocce in posto, sia perché è ancora incognito l'effetto combinato della pressione, della temperatura e del tempo d'azione. Si tende quindi, in generale, a determinare le costanti d'elasticità dei terreni per via indiretta. Uno dei metodi migliori di determinazione, usato principalmente dagli studiosi di fisica terrestre, è quello di applicare la [2] misurando la v e calcolando σ , col procedimento contrario di quello che ora noi vorremmo applicare (²).

Nella fig. 1 riportiamo anche l'andamento della velocità v determinato mediante rilievi sismici a rifrazione e col metodo delle frecce dei rilievi a riflessione (⁴), dei terreni in corrispondenza alla stessa sonda n. 3 di Genzano. Tale andamento può essere rappresentato con sufficiente approssimazione dall'equazione

$$v = v_0(1 + mz) ,$$

ove $v_0 = 1800$ m/s, $m = 0,00042$ e z in metri.

Note così le equazioni della densità e della velocità possiamo determinare quella del modulo di elasticità

$$E = E_0(1 + \alpha'z + \beta'z^2 + \gamma'z^3) ,$$

ove $E_0 = 0,575 \cdot 10^{11}$, $\alpha' = 144 \cdot 10^{-6}$, $\beta' = 6,8 \cdot 10^{-9}$ $\gamma' = 11 \cdot 10^{-15}$:

un'espressione che diviene uguale alla seconda della [3] quando si

trascuri l'ultimo termine, il quale non arriva a superare il centesimo neanche per le maggiori profondità che interessano le ricerche minerarie.

2. *Formule della velocità di trasmissione delle onde.* — Le espressioni [4] e [6] possono rappresentare assai bene gli andamenti della velocità colla profondità quali risultano dalle misure dirette. Esse però presentano il grande inconveniente di condurre a dei calcoli eccessivamente laboriosi nell'apprestamento dei prontuari di determinazione degli elementi necessari per i rilievi sismici a riflessione.

Per la pratica sono perciò preferibili le seguenti formole, le quali possono nei vari casi rappresentare altrettanto bene gli andamenti dei valori osservati,

$$v = v_0(1 + mz) , \quad [7]$$

$$v = v_0 \sqrt{1 + n'z} , \quad [8]$$

$$v = v_0 \sqrt[4]{1 + qz} , \quad [9]$$

$$v = v_0[1 + r(1 - e^{-sz})] , \quad [10]$$

la prima proposta indipendentemente da Ewing e Lect e da Caloi ⁽⁵⁾, la seconda da V. Charles-E. Houston ⁽⁶⁾ e la quarta da Solaini ⁽⁷⁾. La terza viene proposta ora dallo scrivente. Al solito m , n' , q , r , s sono delle costanti da determinarsi sperimentalmente.

Per i calcoli numerici in generale si usano, invece delle formole sopra trovate, le equivalenti che danno la « Velocità media » v_m , per le profondità da 0 a z per raggi verticali. Se poniamo in generale

$$v = v_0 \varphi(z) . \quad v_m = v_0 \psi(z) ,$$

risultano le relazioni

$$\psi(z) = \frac{z}{\int_0^z \varphi(z) dz} , \quad [11]$$

$$\varphi(z) = \frac{[\psi(z)]^2}{\psi(z) - \frac{d\psi(z)}{dz} z} .$$

Otteniamo allora dalle [7], [8], [9] e [10], rispettivamente,

$$v_m = v_0 \frac{mz}{\log(1+mz)}, \quad [12]$$

$$v_m = v_0 \frac{1}{2} \frac{n'z}{\sqrt{1+n'z} - 1}, \quad [13]$$

$$v_m = v_0 \frac{3}{4} \frac{qz}{(1+qz)^{3/4} - 1}, \quad [14]$$

$$v_m = v_0 \frac{sz(1+r)}{sz + \log[1+r(1-e^{-sz})]}. \quad [15]$$

Nella fig. 2 riportiamo, colla curva 6' segnata con linea grossa piena, i valori medi della velocità media di alcune centinaia di determinazioni eseguite su terreni per età e per costituzione litologica simili a quelli presenti nella media valle Padana, almeno per le profondità fino a 3000÷4000 metri; e con circoletti i valori determinati direttamente nella stessa valle Padana con apposite registrazioni eseguite in pozzi profondi (8). Come si vede, le differenze fra tali punti e quelli corrispondenti della curva non superano mediamente il 10 per cento.

Nella stessa fig. 2 abbiamo segnato anche le curve 2', 3', 4' e 5' ottenute rispettivamente dalle [12], [13], [14] e [15] coi valori delle costanti e di v_0 più opportuni perché le stesse curve riuscissero il più possibile prossime alla 6' d'osservazione. La curva contraddistinta col numero 1' è la corrispondente alla formola

$$v_m = v_0 \sqrt{1+nz}, \quad [16]$$

largamente applicata in Italia, la quale però comporta delle complicazioni notevolissime nel calcolo dei tempi di trasmissione e nelle equazioni dei raggi: la formola corrispondente per la velocità v , che per brevità chiameremo con « Velocità locale », è

$$v = v_0 \frac{(1+nz)^{3/4}}{1 + 1/4 nz}. \quad [17]$$

Abbiamo adottato per la costruzione della curva 2' i valori $v_0 = 1800$ m/s ed $m = 0,00033$ 1/m, per la curva 3' $v_0 = 1800$ m/s ed $n' = 0,00086$ 1/m, per la curva 4' $v_0 = 1700$ m/s e $q = 0,0045$ 1/m e per la curva 5' $v_0 = 1675$ m/s, $r = 1,15$ ed $s = 0,00065$ 1/m, profondità z in metri.

Vediamo che la curva 4' è quella che più si approssima alla 6' osservata e che la 2' è quella che si approssima meno.

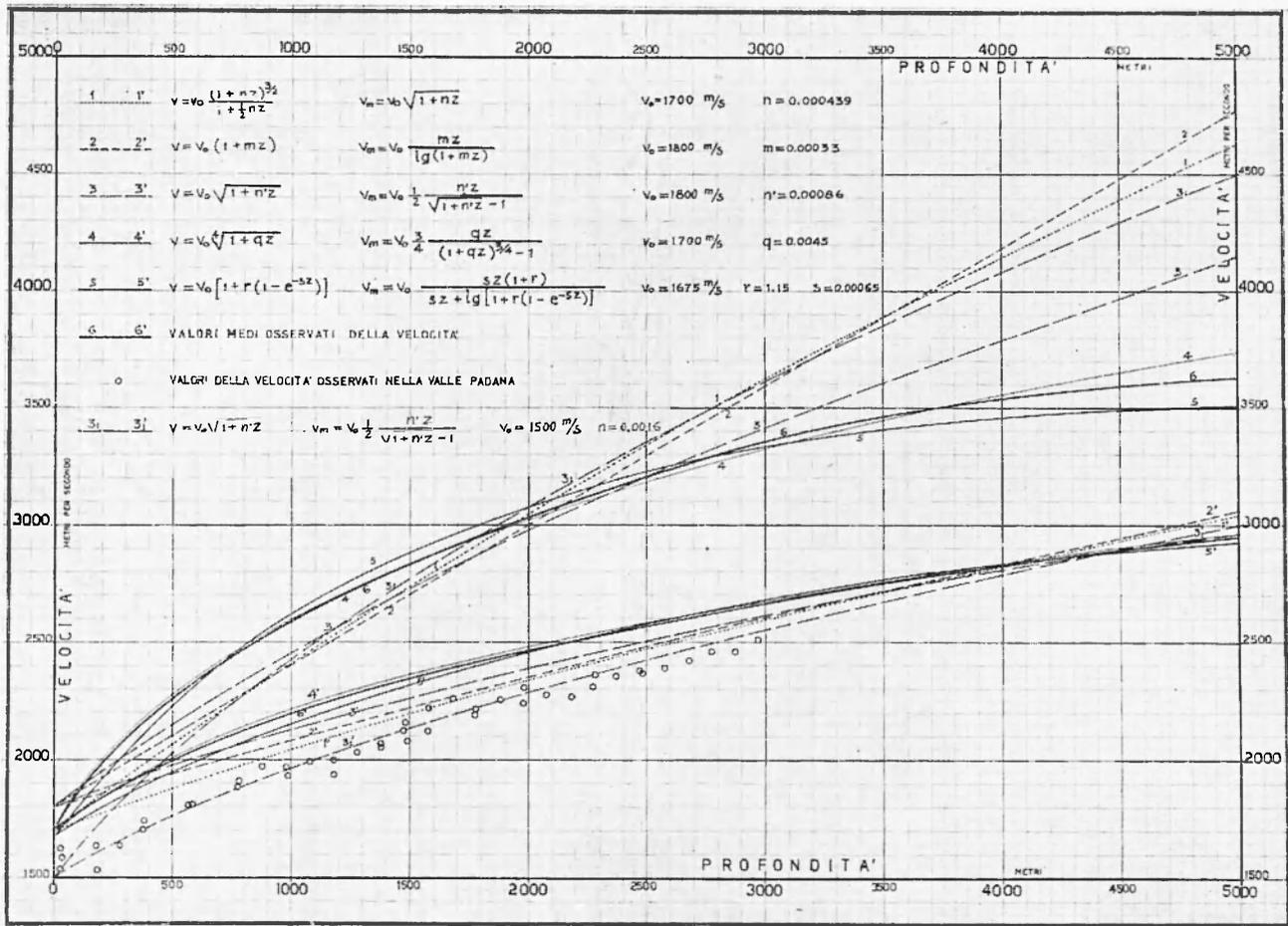


Fig. 2

Per la costruzione della curva 1' si sono adottati gli stessi valori per v_0 e per n coi quali la [16] venne applicata praticamente nella valle Padana $v_0 = 1700$ m/s ed $n = 0,000439$ 1/m.

Le curve contraddistinte coi numeri 1, 2, 3, 4, 5 e 6 danno rispettivamente i valori delle velocità locali corrispondenti a quelli delle velocità medie delle curve 1', 2', 3', 4', 5' e 6', per gli stessi valori di v_0 e delle altre costanti.

Mentre per i calcoli dei valori delle curve 1, 2, 3, 4 e 5 si sono utilizzate le [17], [7], [8], [9] e [10] rispettivamente, per quelli dei valori della curva 6 si è utilizzata direttamente la seconda delle [11] sostituendo a $\psi(z)$ le ordinate di 6' e alle derivate la tangente trigonometrica della tangente alla stessa 6' nei punti corrispondenti.

Vediamo che anche considerando le velocità locali la formola [9] conduce a dei valori molto prossimi a quelli ricavati dalle osservazioni dirette mentre la [7] conduce ai valori in media meno prossimi.

Vediamo pure che le curve 1 e 2 aumentano assai rapidamente e che per profondità di oltre 5000 metri raggiungono dei valori della velocità troppo alti. Quando si incorre in un inconveniente del genere si può adottare l'artificio di ammettere una legge diversa della velocità per le maggiori profondità, a partire per esempio dalla profondità di 5000 metri. Al passaggio da una legge all'altra bisogna curare evidentemente perché vi sia raccordo, onde evitare la necessità di ammettere l'esistenza di variazioni repentine delle caratteristiche elastiche dei terreni, in generale per nulla giustificate.

Adottando due formole per la velocità, una valevole per le profondità da 0 a z_1 e indicando con $v_0 \psi_1(z)$ la velocità media che si ottiene colla prima formola e con $v_0 \psi_2(z)$ quella che si ottiene colla seconda determiniamo la velocità media $v_0 \psi'(z)$ valevole per $z > z_1$ mediante la

$$v_0 \psi'(z) = v_0 \frac{z}{\frac{z_1}{\psi_1'(z_1)} - \frac{z_1}{\psi_2'(z_1)} + \frac{z}{\psi_2'(z)}} \quad [18]$$

Se per le formole [8] e [13] adottiamo i valori $v_0 = 1500$ m/s ed $n' = 0,0016$ 1/m otteniamo le curve 3₁ e 3'₁ in ottimo accordo coi valori osservati della media valle Padana (tenuto conto anche dei valori ottenuti colle più recenti determinazioni in nostro possesso, che non siamo autorizzati a pubblicare).

3. *Influenza delle eterogeneità e dell'anisotropia dei terreni.* — In effetto nessuna formola della velocità può rappresentare rigorosamente l'andamento della velocità stessa colla profondità in quanto il sottosuolo non è costituito da terreni omogenei e uniformi ma invece dalla successione di molti strati, aventi caratteristiche fisiche e litologiche diverse, tali da provocare rapide variazioni dei valori della velocità. Se così non fossè, come si sa, non potrebbero aver luogo le riflessioni dell'energia sismica e quindi i rilievi sismici, che appunto si basano sulla misura dei tempi delle onde riflesse, non potrebbero dare risultati utili. Nella pratica dunque noi dobbiamo accontentarci di formole che diano l'andamento medio: quando queste si approssimano ai valori reali, per tutte le profondità, con differenze minori del 10÷15 per cento già si ritengono buone, ottime quando le differenze risultano del 5÷10 per cento.

Il fatto che i terreni del sottosuolo siano disposti in strati comporta un'anisotropia per rispetto alle caratteristiche elastiche e quindi per rispetto alla velocità v di trasmissione delle onde.

Gutenberg ⁽⁸⁾ trova che in generale la velocità di trasmissione delle onde nel senso della stratificazione risulta sensibilmente maggiore di quella nel senso normale e che la differenza può raggiungere anche valori dell'ordine del 20 per cento.

Ciò posto, appare evidente come le determinazioni della velocità fatte mediante i cosiddetti « Profili di rifrazione », con raggi che di solito si trasmettono nel senso longitudinale degli strati, riescano praticamente molto grossolane agli effetti dei rilievi sismici a riflessione, i quali viceversa sono basati sulla misura dei tempi di raggi pressoché perpendicolari agli strati riflettenti. Ugualmente appare evidente come in pratica convenga escludere per i rilievi stessi quelle disposizioni dei sismografi e dei pozzetti di scoppio che utilizzano raggi diversamente inclinati rispetto agli strati riflettenti ⁽⁹⁾, e quindi diversamente influenzati dall'anisotropia.

E infine da considerare che in generale per effetto dell'anisotropia dei terreni le linee brachistocrone, ossia i raggi sismici, non risultano perpendicolari alle superfici d'onda e gli stessi raggi, nella riflessione e nella rifrazione, si comportano in modo alquanto diverso di quello voluto dalle leggi classiche.

4. *Andamenti delle isotache.* — In generale gli strati costituenti il sottosuolo furono deposti in origine secondo giaciture orizzontali o sub-

orizzontali; tali strati quindi subirono le prime compressioni, dovute alla gravità, nel senso ortogonale, le quali provocarono nello stesso senso un incremento della costipazione e di conseguenza della densità e della velocità v di trasmissione delle onde. Questo incremento, per quanto abbiamo detto, è da ritenersi funzione del carico e del tempo d'azione dello stesso.

Se successivamente gli stessi strati, perdurando oppure no la deposizione dei sedimenti, fossero stati piegati il carico avrebbe agito in senso obliquo rispetto alla stratificazione e di conseguenza si avrebbe avuto col passar del tempo un incremento non più ortogonale ma secondo una direzione intermedia fra l'ortogonale e la verticale, più vicina all'una o all'altra a seconda del rapporto dei carichi e dei tempi d'azione prima e dopo il piegamento.

Le superfici luogo dei punti di uguale velocità v , che per comodità chiameremo con « Superfici isotache », le quali erano pressoché parallele agli strati quando questi erano orizzontali, dopo il piegamento si disposero sempre più oblique al passare del tempo.

Se il piegamento fosse avvenuto repentinamente le isotache, parallele agli strati, avrebbero riprodotto esattamente l'andamento delle pieghe e quindi si avrebbero avute delle velocità v corrispondenti agli stessi livelli molto diversi da posto a posto. Ma in generale i piegamenti vennero prodotti lentamente e gradualmente in modo da permettere l'esplicazione di un'efficace azione degli elementi livellatori che di solito insorgono coi piegamenti stessi, quali l'erosione superficiale ad opera degli agenti atmosferici e l'erosione sottomarina, l'intensità della sedimentazione diversa in corrispondenza alle diverse quote dei fondi marini, in generale crescente al crescere della profondità delle acque, le forze d'equilibramento isostatico, ecc. Tali elementi agiscono tutti nel senso di diminuire gli squilibri delle pressioni corrispondenti alle zone più o meno sollevate dai piegamenti e quindi nel senso di diminuire i divari fra i valori delle velocità delle onde sismiche corrispondenti alle stesse zone, per i punti di ugual quota.

D'altra parte, poiché l'incremento della velocità col tempo non può che diminuire col tempo stesso, naturalmente a parità delle altre condizioni di pressione, temperatura, ecc. così in generale avverrà che anche al crescere dell'età dei terreni i divari dei valori della velocità per le stesse profondità andranno sempre più attenuandosi; è da tenere presente però che i divari dovuti al fatto che coi piegamenti

furono portati a quote diverse terreni di diverse caratteristiche litologiche permarranno sempre e che quindi anche per un'età grandissima dei terreni stessi questi daranno sempre luogo a delle superfici isotache con andamento non orizzontale sebbene discorde da quello degli strati.

In pratica risulta molto difficile determinare con esattezza l'andamento delle superfici isotache in corrispondenza alle pieghe del sottosuolo, in quanto i sondaggi di ricerca vengono di solito limitati alle zone apicali e conseguentemente ai fianchi e sulle sinclinali le misure delle velocità di trasmissione delle onde devono essere fatte

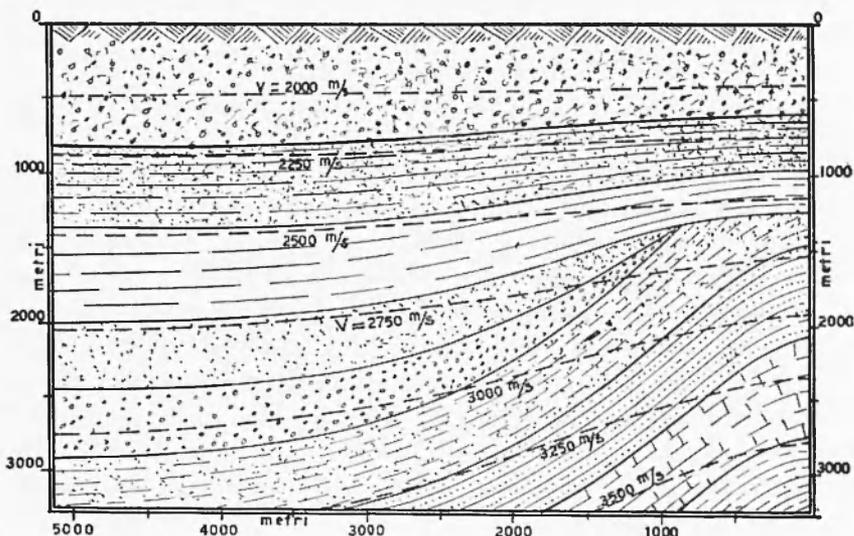


Fig. 3

coi metodi delle frecce, i quali, come si sa, risentono dell'influenza delle curvature e delle inclinazioni delle superfici riflettenti, e risultano sempre di precisione molto scarsa. È da tenere presente che non è consigliabile porre a confronto valori relativi a punti fra loro molto lontani, i quali possono risultare corrispondenti a facies sensibilmente diverse dei terreni.

Riferendoci però a quanto abbiamo detto più sopra e a quanto risulta dalla nostra esperienza e dalla letteratura geofisica nota, possiamo schematizzare come nella fig. 3 gli andamenti delle isotache per le strutture d'interesse minerario, quali si presentano nella media valle Padana, tipo Caviaga, Ripalta, Soresina, Bordolano, Corte-

maggiore, Pontenure, Turro, ecc. Queste strutture, come si sa, sono caratterizzate da un nocciolo centrale miocenico, intensamente piegato, con strati generalmente porosi, e da una copertura pliocenica-quadernaria di spessore fino a $2000 \div 3000$ metri, angolarmente discordante sul nocciolo, in generale argillosa alla base e molto porosa alla sommità.

Gli andamenti delle isotache, onde evitare notevoli e, per altro, inutili complicazioni dei calcoli, sono state tracciate nell'ipotesi che sia nulla l'influenza sui valori della velocità della diversa costituzione litologica degli strati e quindi considerando semplicemente le influenze dell'azione del tempo e della particolare tettonica.

Vediamo che in effetto risulta riprodotto nelle isotache l'andamento degli strati piegati, sebbene con dislivelli molto attenuati. Ugualmente avverrebbe evidentemente per le faglie e le altre discontinuità degli strati che pure occorrono sovente nelle strutture della media valle Padana. Vediamo anche che al crescere delle profondità le isotache aumentano i dislivelli fra i punti corrispondenti alle sinclinali e alle anticlinali; è evidente però, per quanto abbiamo detto, che tale andamento dovrà invertirsi da una certa profondità in poi.

5. *Andamenti delle brachistocrone.* — Per tener conto delle deformazioni delle superfici isotache conseguenti alle vicende geologiche-tettoniche subite dai terreni in studio dovremmo evidentemente adottare delle formole in cui figurassero anche le coordinate orizzontali. In pratica però, per evitare le notevoli complicazioni dei calcoli conseguenti, si preferisce in generale adottare una delle formole della velocità, funzione soltanto della profondità z , che abbiamo visto al paragrafo precedente, e applicare alcuni facili accorgimenti atti a ridurre gli errori relativi.

Se adottiamo delle formole che diano i valori esatti della velocità in corrispondenza all'apice delle strutture si ottengono in generale delle profondità esagerate per le sinclinali e, viceversa, se si adottano dei valori esatti per le sinclinali si hanno delle profondità troppo piccole per le anticlinali: in entrambi i casi si ha un aumento dei dislivelli fra sinclinale e anticlinale. Uguali risultati si hanno per valori intermedi della velocità. Dovendo, come si vede, provocare in ogni caso delle deformazioni degli andamenti conviene in pratica cercare di adottare delle formole che siano esatte per le zone apicali delle

strutture, le quali normalmente sono di maggior interesse per le ricerche.

Le linee per l'origine dei sismi normali in ogni punto alle superfici isotache sono linee brachistocrone. Se le isotache sono piane e parallele tali linee sono rette; in questo caso l'equazione dei raggi sismici si determina facilmente adottando come asse delle z tali rette. È facile vedere però che così operando i raggi riflessi dagli strati risultano determinati con delle « Aperture » maggiori di quelle dei raggi che si otterrebbero ponendo verticale l'asse delle z e supponendo orizzontali le isotache.

Indichiamo con « Aperture » gli angoli η formati colla verticale dalle congiungenti i punti dei raggi coll'origine dei sismi.

Nel caso limite delle isotache parallele agli strati, possibile come abbiamo detto nel caso dei sollevamenti repentini, si avrebbero dei raggi pressoché rettilinei, di apertura massima all'incirca uguale all'inclinazione α delle superfici riflettenti.

Per la pratica è da osservare che se si ammettono dei raggi con aperture troppo piccole le strutture che risultano dai rilievi appaiono discontinue in corrispondenza ai punti con curvatura rapidamente variabile e in generale troppo larghe ai fianchi e che, viceversa, se si ammettono dei raggi con aperture eccessive le strutture appaiono troppo strette e, nei punti di rapida variazione della curvatura, con sovrapposizioni di elementi e con andamento incerto.

Nel passato si sono largamente usati nei rilievi pratici sia raggi con aperture abbondanti, quali sono quelle dei raggi rettilinei, sia raggi con aperture scarse, quali quelle teoriche conseguenti alle formule adottate per le velocità. Lo scrivente, per conto suo, ha avuto modo di applicare, per il rilievo delle strutture della media valle Padana, i raggi che risultano dalla formola [16] della velocità ponendo per le superfici d'onda l'equazione

$$\varrho = \frac{\tau}{2} v_0 \sqrt{1 + nz} , \quad [19]$$

ove ϱ sia la distanza dei sismi dall'origine, $\frac{\tau}{2}$ il tempo trascorso dall'istante di scoppio, $v_0 = 1700$ m/s ed $n = 0,000439$ 1/m, nelle due ipotesi: dei raggi rettilinei, fino a tutto il 1949, e dei raggi curvilinei in ogni punto ortogonali alle superfici d'onda, dopo il 1949. La forma dei raggi che si ottiene ponendo quest'ultima ipotesi è pressoché uguale

a quella teorica per terreni omogenei ed isotropi, almeno per le profondità minori di $2500 \div 3000$ metri, che più interessano per la pratica.

Adottando delle formole approssimate per il calcolo delle equazioni dei raggi e dei tempi è inevitabile che si debbano introdurre anche delle contraddizioni e delle inesattezze. Per il caso della [19] e della condizione di ortogonalità seguente è però da tenere presente che in ogni caso, adottando la formola [16], avremmo dovuto ricorrere a espressioni approssimate, dato che la stessa formola, come già abbiamo avvertito, non permette la determinazione rigorosa delle stesse equazioni dei raggi e dei tempi. Si deve considerare che adottando dei raggi basati sulla stessa formola [16] si sono resi facilmente confrontabili i dati dei rilievi eseguiti prima e dopo il 1949.

Dalla nostra esperienza e, in generale, da quella di tutti i geofisici che hanno eseguito dei rilievi sul terreno risulta chiaramente dimostrato che per ricostruire esattamente la forma delle strutture è necessario adottare dei raggi aventi aperture intermedie fra quelle che si hanno coi raggi rettilinei e quelle dei raggi che si ottengono teoricamente applicando i principi di Fermat o della brachistocrona di Lagrange.

Quale sia però la forma più opportuna da adottare per i raggi solo volta per volta si potrà stabilire, a rilievo ultimato, in base alle particolari condizioni geologiche-tettoniche riscontrate e alla presenza delle discontinuità o delle sovrapposizioni degli elementi in corrispondenza ai punti di rapida variazione della curvatura di cui sopra abbiamo detto.

Evidentemente, per strutture del tipo di quella rappresentata nella fig. 3, le forme dei raggi devono essere vieppiù « Aperte », ossia con aperture sempre maggiori, al diminuire dello spessore dei terreni discordanti di copertura e dell'età di questi, come pure al crescere della differenza d'età fra i terreni di copertura e quelli del nocciolo centrale intensamente piegato.

L'anisotropia dei terreni, dato che in generale gli strati superficiali sono meno pendenti di quelli profondi, agisce pure sui raggi nel senso di renderli più aperti, naturalmente in modo più o meno sensibile a seconda delle differenze delle velocità nella direzione della stratificazione e in quella perpendicolare.

Nella fig. 4 riportiamo le curve dei raggi sismici corrispondenti agli stessi tempi τ , di 1500, 2500 e 3500 ms. per superfici riflettenti della stessa inclinazione di 30° (pressapoco alle profondità di 1500,

3000 e 5000 m rispettivamente) relative alle formole della velocità [7], [8], [9] e [10] già considerate per la fig. 2, a confronto con quelle relative alla [19] raggi curvilinei, la N. 1, e raggi rettilinei, la N. 1". I numeri distintivi delle altre curve sono gli stessi usati per le curve della fig. 2; evidentemente con z sono indicate le profondità e con x le distanze orizzontali misurate dall'origine dei sismi.

Vediamo da tale figura che le aperture dei raggi risultano molto differenti per le diverse formole, alle grandi profondità, pur essendo tutti relativi a superfici riflettenti della stessa inclinazione di 30° . Si può facilmente comprendere da tale figura come le forme delle strutture possano riuscire molto diverse adottando i raggi rettilinei 1" oppure i curvilinei e come per le maggiori profondità si possano avere delle sensibili differenze anche adottando l'una piuttosto che l'altra specie di raggi curvilinei.

Le possibilità di controllo della forma delle strutture, nella valle padana, non vanno oltre i $2000 \div 3000$ metri di profondità, perciò noi in effetto non abbiamo alcun elemento per stabilire quale possa essere la forma dei raggi più appropriata da adottare per le maggiori profondità. Può darsi che per queste maggiori profondità risultino addirittura adatti i raggi che si ottengono teoricamente, per esempio quelli 4 o 5 relativi alle formole [9] e [10], oppure i raggi rettilinei.

Per le minori profondità tutti i raggi curvilinei comportano pressapoco le stesse aperture ed è a queste che dobbiamo riferirci quando diciamo che l'esperienza consiglia di adottare dei raggi con aperture intermedie fra quelle dei raggi rettilinei (che comportano delle strutture troppo strette ai fianchi) e quelle dei raggi teorici curvilinei (che viceversa comportano delle strutture troppo larghe ai fianchi).

Nella fig. 4 riportiamo anche, in una tabella, i valori degli angoli α_0 che i raggi formano colla verticale all'origine dei sismi, i quali sono caratteristici dei diversi raggi e possono dare un'idea della curvatura media dei raggi stessi. L'angolo $\alpha = 30^\circ$ è il complemento delle inclinazioni dei raggi in corrispondenza ai punti di riflessione.

6. *Calcolo delle superfici riflettenti.* — Un procedimento, che possiamo ritenere generale, per la determinazione approssimata dei raggi da adottare per il calcolo delle superfici riflettenti è il seguente. Supposto di avere noto l'andamento delle superfici isotache della zona da rilevare determiniamo la retta normale media alle stesse superfici per ogni punto P ove si sono eseguite le misure: sia δ l'angolo for-

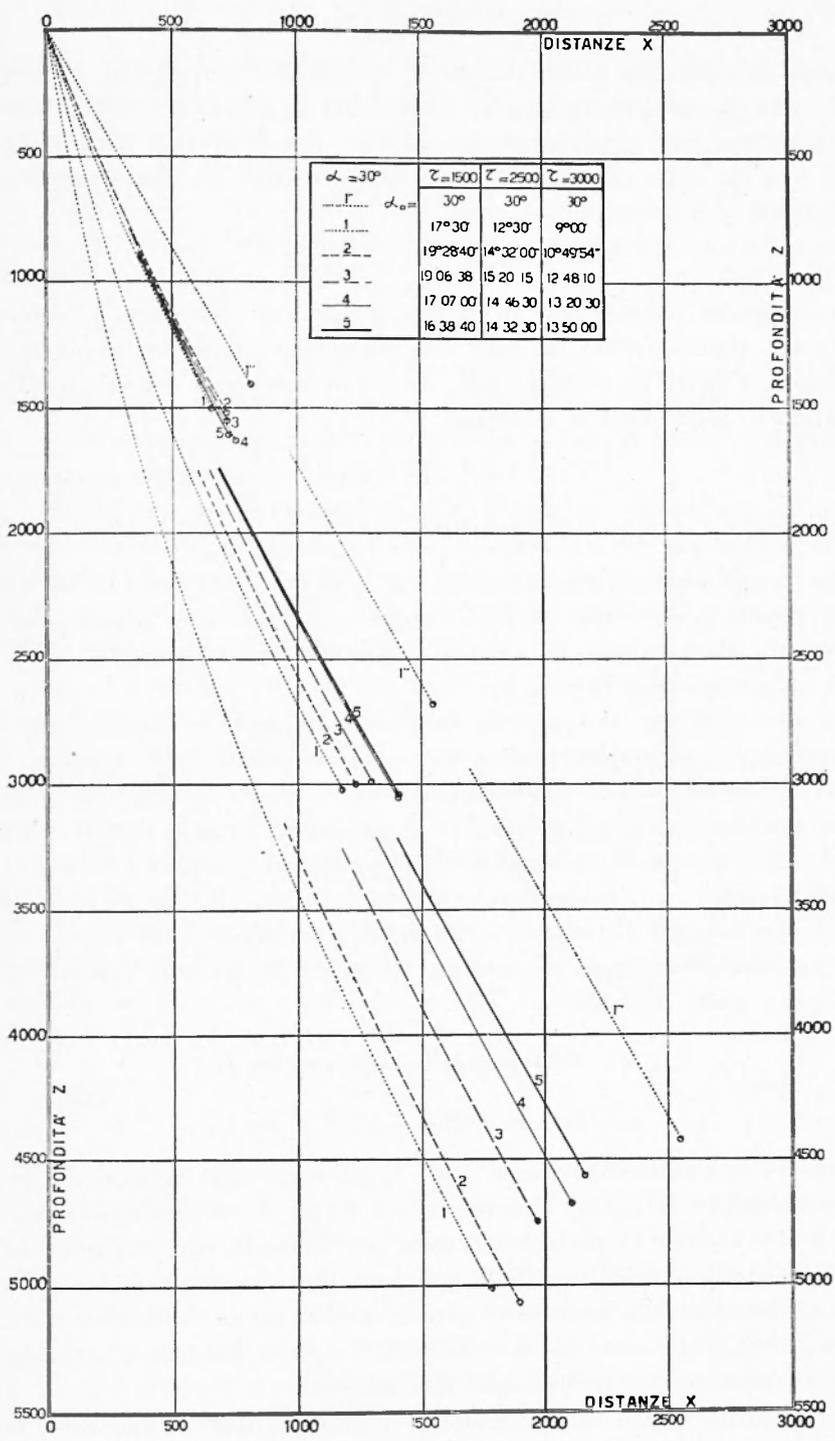


Fig. 4

mato da tale retta colla verticale. L'inclinazione α delle superfici riflettenti si può, in prima approssimazione, supporre indipendente dalla forma dei raggi adottata quando i calcoli relativi sono basati su formole della velocità abbastanza approssimate. Se allora indichiamo con

$$x_r = X(\tau) \quad , \quad z_r = Z(\tau) \quad [20]$$

le equazioni parametriche dei raggi, in funzione dei tempi τ , determinate rigorosamente in base alla formola adottata della velocità, possiamo porre in generale per i punti di riflessione dei raggi delle superfici degli strati le equazioni

$$\begin{aligned} x &= X(\tau) + \Phi(\alpha, \tau) \\ z &= Z(\tau) + \Phi'(\alpha, \tau) \quad , \end{aligned} \quad [21]$$

ove τ siano i tempi misurati e $\Phi(\alpha, \tau)$ e $\Phi'(\alpha, \tau)$ due funzioni da determinarsi in relazione ai motivi tettonici particolari da rilevare, alla formola adottata per la velocità, all'angolo α risultante, al grado di anisotropia dei terreni, ecc.

Praticamente dunque con tale procedimento le inclinazioni α verrebbero determinate mediante i prontuari ordinari e le coordinate x e z verrebbero determinate aggiungendo a quelle x_r e z_r , date pure dai prontuari ordinari, dei fattori di correzione da determinarsi caso per caso a seconda delle particolari condizioni geologiche-tettoniche dei terreni.

Per la pratica possiamo tener conto di tali fattori di correzione e nel medesimo tempo tener conto delle variazioni della velocità da posto a posto ponendo

$$\begin{aligned} x &= X(\tau) p \cos f\alpha + Z(\tau) p \sin f\alpha, \\ z &= Z(\tau) p \cos f\alpha + X(\tau) p \sin f\alpha, \end{aligned} \quad [22]$$

ove f è il « Fattore di forma » dei raggi, ossia una costante da determinarsi in relazione alla forma dei raggi che si vuole adottare, e p il « Fattore di posizione », ossia una costante che, variando da punto a punto della superficie, permetta di tener conto delle variazioni laterali della velocità e quindi, anche, permetta di eliminare, fra l'altro, l'inconveniente dei dislivelli esagerati fra base e sommità delle strutture di cui più sopra abbiamo detto.

È facile vedere che in effetto, a parte il fattore di posizione, le

[22] non sono altro che le [20] riferite ad un sistema di assi cartesiani rotato dell'angolo δ , nell'ipotesi che questo sia uguale ad una frazione f dell'inclinazione α delle superfici riflettenti e quindi variabile per ognuna delle stesse superfici.

Naturalmente le costanti f e p sono interdipendenti e debbono essere determinate contemporaneamente: approssimativamente dovrà risultare

$$p = \cos f\alpha_m, \quad [23]$$

ove con α_m è indicata l'inclinazione media degli strati compresi fra la verticale per il punto considerato e quella per l'apice della struttura, in corrispondenza al quale le formole adottate della velocità sono o si suppongono esatte.

I centri di curvatura delle superfici d'onda non coincidono, in generale, coll'origine dei sismi, quindi colla rotazione dell'angolo δ del sistema degli assi di riferimento, di cui abbiamo detto, gli elementi non risultano più corrispondenti ai tempi τ d'osservazione, supposto di ritenere sempre valevole la legge della velocità ammessa. Un inconveniente del genere, e per di più molto aggravato, si ha adottando il sistema semplice di aggiungere alle distanze x delle quantità percentuali delle stesse distanze. Eliminiamo evidentemente ogni inconveniente se supponiamo di rotare gli elementi in modo che questi risultino posti sempre sulle stesse superfici d'onda, ossia di rotare gli stessi elementi intorno ai centri di curvatura delle superfici d'onda relative. Uguali risultati in pratica si raggiungono, per valori abbastanza piccoli di δ , se supponiamo che i centri di curvatura siano coincidenti colle intersezioni delle normali alle superfici d'onda colla verticale per l'origine dei sismi e quindi poniamo

$$\begin{aligned} x &= pX(\tau) + pX(\tau)f \frac{\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \\ z &= pZ(\tau) - pX(\tau)fa \end{aligned} \quad [24]$$

Per le solite strutture della media valle Padana possiamo ad esempio porre: adottando la formola [16] della velocità e la condizione di ortogonalità dei raggi e delle superfici d'onda $f = 4/30$ per le formole [22] ed $f = 1/5$ per le [24], adottando la [8] della velocità $f = 0,09$ per le [22] ed $f = 0,12$ per le [24] e adottando la [9] della velocità $f = 0,06$ per le [22] ed $f = 0,08$ per le [24].

Il procedimento sopra indicato per tener conto delle variazioni della velocità da posto a posto, mediante il fattore di posizione, è sicura-

mente molto grossolano: in effetto però si troverà sempre che i dati sui valori della velocità di cui possiamo disporre sono tanto scarsi e tanto imprecisi da rendere superfluo ogni tentativo volto a migliorare in conseguenza le determinazioni delle profondità. In generale, quindi, non si potrà in pratica che adottare il valore 1 per il fattore di posizione.

Posto $p = 1$ e fissato per f il valore più appropriato alle condizioni geologiche-strutturali della zona di rilievo, si possono predisporre, mediante le [24] o le [22], i soliti grafici-prontuario per il calcolo delle coordinate z ed x dei punti di riflessione delle superfici riflettenti degli strati.

Quando, ad ogni modo, si adottasse per p un valore diverso dall'unità si moltiplicheranno per p stesso i valori che risulteranno dagli stessi grafici.

I calcoli dei dati necessari per costruire i grafici-prontuario riusciranno molto agevolati se già si disporrà di quelli relativi alle [20], alle quali si riducono le [22] e le [24] per $p = 1$ ed $f = 0$.

Naturalmente, fissati che siano i valori dei fattori di posizione p e di forma f si possono anche calcolare i valori delle correzioni conseguenti da apportare alle inclinazioni α delle superfici riflettenti determinate, mediante le equazioni generali [20], nell'ipotesi che fossero nulli gli stessi fattori p ed f . Tali correzioni, che indichiamo con $\delta\alpha$, sono date dalla

$$\delta\alpha = - \operatorname{tg} \alpha [pX(\tau) f \alpha \cdot \frac{1}{v} \frac{dv}{dz} - (p - 1)] .$$

ove $\frac{dv}{dz}$ non è altro che la pendenza della curva della velocità v adottata, 1, 2, 3, 4, 5 oppure 3₁ della fig. 2, in corrispondenza al valore di z dato dalla seconda delle [20], e v è il valore della velocità corrispondente allo stesso valore di z .

RIASSUNTO

Vengono esaminate alcune formole della velocità di trasmissione delle onde sismiche nel sottosuolo della media valle Padana, di cui l'autore ha particolare esperienza, e l'influenza dell'anisotropia degli strati e delle loro vicende geologiche-tettoniche sulle caratteristiche geometriche delle curve brachistocrone. Viene quindi proposto un si-

stema di calcolo delle superfici riflettenti che permette la ricostruzione, sufficientemente esatta per la pratica, delle strutture mediante i dati ottenuti dagli ordinari rilievi sismici a riflessione.

SUMMARY

Some of the formulae relating to the seismic wave transmission speed in the underground of the Po Valley (this being the area the Author better knows by experience) have been investigated, as well as the influence of strata anisotropy and geological-tectonic history on geometric characteristics of brachystochronous curves. Author proposes hence a method which allows to obtain — with a sufficient precision for practical purposes, and using data obtained through normal seismic reflection observations — the reconstruction of the various structures.

BIBLIOGRAFIA

(1) S. S. WEST: *Dependence of seismic wave velocity upon depth and lithology.* Geophysics, Vol. XV, N. 4, 1950.

— L. Y. FAUST: *Seismic velocity as a function of depth and geologic time.* Geophysics, Vol. XVI, N. 2, 1951.

(2) B. GUTENBERG: *The elastic constants in the interior of the Earth.* Dal volume *Internal Constitution of the Earth* a cura del National Research Council degli U.S.A., 1951.

(3) D. S. HUGHES and J. H. CROSS: *Elastic wave velocities in rocks at high pressures and temperatures.* Geophysics, Vol. XVI, N. 4, 1951.

(4) C. CONTINI: *Determinazione della velocità di trasmissione delle onde sismiche nei rilievi a riflessioni.* Atti del VII Congresso Nazionale del Metano e del Petrolio di Taormina dell'aprile 1952.

(5) MAURICE EWING and DON LEET: *Seismic propagation paths.* A.I.M.M.E., 1932.

(6) V. CHARLES E. HOUSTON: *Seismic paths, assuming a parabolic increase of velocity with depth.* Geophysics, Vol. IV, N. 4, ottobre 1939.

— PIETRO CALOI: *Caratteristiche sismiche fondamentali dell'Europa Centrale.* Boll. Soc. Sism. It., 1943.

(7) LUIGI SOLAINI: *Corso di Geofisica Mineraria.* Istituto di Geofisica applicata del Politecnico di Milano, 1949.

(8) C. MAINO: *Misure nei pozzi delle velocità delle onde sismiche.* Atti del VII Congresso Nazionale del Metano e del Petrolio di Taormina dell'aprile 1952.

(9) C. CONTINI: *L'applicazione dei rilievi sismici a riflessione continui.* Metano, Anno VI, N. 1 e 2, 1952.