## LE SESSE DEL LAGO DI BOLSENA

## DOMENICO DI FILIPPO

1. — Il lago di Bolsena è certamente il più interessante dei laghi dell'Italia Centrale: notevole per la vastità, profondità e per la superba bellezza del paesaggio, a cui le pittoresche isole, la Martana e la Bisentina, avanzi di antichi crateri, conferiscono particolare attrattiva.

Questo lago, a differenza degli altri, è stato oggetto di particolari attenzioni, per ricerche e esplorazioni da parte di parecchi studiosi. G. De Agostini nel 1896-97 vi ha eseguito circa 3000 scandagli e ha disegnato la carta batimetrica del lago al 50.000; E. Perroni ha dedicato a questo lago e al bacino idrografico del fiume Marta, una intera monografia della sua carta idrografica dell'Italia e il Moderni si è interessato della geologia della zona. La Società Geografica Italiana poi, nel 1901, affidava ad un gruppo di scienziati il completamento dello studio del lago sotto tutti i punti di vista scientifici e a L. Palazzo, in particolare, l'ottica lacuale, i rilievi morfologici, la ricerca e natura delle sesse e in genere la fisica limnologica della regione.

Si riportano i dati dei principali elementi morfologici del lago, secondo G. De Agostini:

m	305
$\mathbf{km}$	13,0
))	11,5
"))	8,8
<b>))</b>	43
m	146
<b>»</b>	77,9
	2°,5
$m^3$ 8	$992.10^{6}$
$\rm km^2$	114,26
» ·	0,17
))	0,10
	km  »  »  m  »  m <sup>3</sup> 8  km <sup>2</sup> »

Le interessanti e chiare registrazioni delle sesse ottenute dal Palazzo e riportate in una sua nota, che si riproducono nella stessa gran-

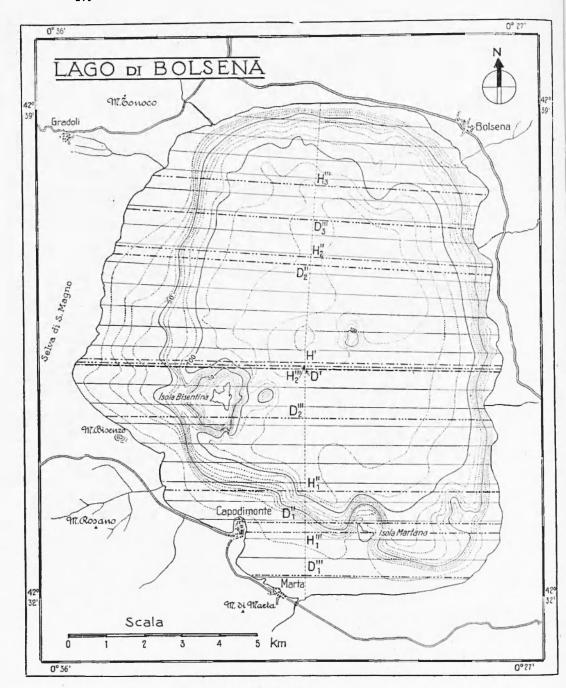


Fig. 1

dezza in questo lavoro, hanno invogliato al calcolo teorico degli elementi delle prime tre sesse del lago di Bolsena con i metodi di Hidaka e di Defant, onde confrontarli con i dati rilevati dalle osservazioni. Questo lavoro vuole portare un contributo allo studio sistematico dei laghi italiani, che si sta facendo presso l'I.N.G.

Gli elementi necessari per i calcoli sono stati tratti da una carta batimetrica del lago al 50.000 dell'« Atlante dei laghi italiani », con le linee di eguale profondità di 10 in 10 metri.

La linea di valle, con l'origine all'estremità Sud del lago, poco a Est della foce del fiume Marta, segue la linea di massima profondità. Sono state poi tracciate 25 sezioni normali alla linea di valle ed alla distanza di 500 metri l'una dall'altra, data la forma quasi rettangolare del lago.

2. Metodo di Hidaka. — Dalla equazione fondamentale della idrodinamica, il Chrystal ha dedotto una prima teoria per lo studio del moto libero delle sesse, pervenendo alla equazione differenziale di una particolare funzione u, esprimibile come la somma di semplici fun-

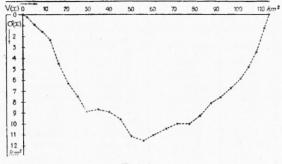


Fig. 2

zioni di t. Lo sviluppo di questa teoria è stato esposto dal Caloi nei lavori sulle sesse del Garda.

Se la lunghezza e la forma della sezione trasversale di un lago varia con la profondità, non in maniera brusca, si può procedere al calcolo degli elementi delle sesse conoscendo la funzione  $\sigma(x)$ , data dal prodotto dell'area S(x) di una sezione trasversale per la lunghezza b(x) di detta sezione alla superficie del lago, e la V(x), area della superficie del lago fra una sezione presa come riferimento e quella corrispondente a  $\sigma(x)$ .

Si viene così a considerare il lago ridotto, ritenendo retta la linea

mediana in superficie, uniforme la sua lunghezza e rettangolare una generica sezione trasversale, mentre la sezione longitudinale del lago risulta limitata dalla curva normale di Chrystal, i cui punti hanno per ascissa V(x) e per ordinata la corrispondente  $\sigma(x)$ .

I dati rilevati dalla prescelta carta batimetrica del lago e le V(x) e  $\sigma(x)$  relative ad ogni sezione sono riportate nella tabella I e la fig. 2 rappresenta il grafico della curva normale.

Alle ipotesi di Chrystal, Hidaka aggiunge la condizione che la funzione u si annulli in corrispondenza del valore 0 e del valore a, superficie totale del lago, e ponendo  $z=\frac{V}{a}$  perviene alla seguente equazione differenziale

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{\lambda}{\sigma(z)}u = 0$$
 [1]

TABELLA I

N. Sez.	x km	b(x) km	v(x) km² (parziali)	$V(x)$ $km^2$ (complessive)	S(x) km <sup>2</sup>	$S(x) \cdot b(x) $ $km^3$
0	0,0	0,	0,	0,	0,	0,
1	0,5	5,700	2,21950	2,21950	0,035665	0,203290
2	1,0	6,540	3,25200	5,47150	0,151750	0,992445
3	1,5	6,515	3,40675	8,87825	0,240125	1,564414
4	2,0	7,760	3,51000	12,38825	0,296835	2,303440
<b>4</b> 5	2,5	8,850	3,98550	16,37375	0,511500	4,526775
6	3,0	8,900	4,38100	20,75475	0,708000	6,301200
7	3,5	8,670	4,43900	25,19375	0,864250	7,493048
8	4,0	9,335	4,17075	29,36450	0,949335	8,862042
9	4,5	9,950	5,00675	34,37125	0,874500	8,701275
10	5,0	10,300	5,16175	39,53300	0,864165	8,900899
11	5,5	10,825	5,21200	44,74500	0,886165	9,592736
12	6,0	11,210	5,45200	50,19700	1,001500	11,226815
13	6,5	10,870	5,44550	55,64250	1,061165	11,534864
14	7,0	10,545	5,37600	60,01850	1,039500	10,961528
15	7,5	10,275	4,98625	66,00475	1,021000	10,490775
16	8,0	10,130	5,37600	71,38075	0,996500	10,094545
17	8,5	10,135	5,24700	76,62775	1,019165	10,329237
18	9,0	9,975	5,14375	81,77150	0,929500	9,271762
19	9,5	9,360	4,85975	86,63125	0,867835	8,122936
20	10,0	9,175	4,70225	91,33350	0,828165	7,598414
21	10,5	8,850	4,44550	95,77900	0,763165	6,754010
22	11,0	8,625	4,63700	100,41600	0,690835	5,058452
23	11,5	7,885	3,92300	104,33900	0,617665	4,870289
24	12,0	7,225	3,74625	108,08525	0,480000	3,468000
25	12,5	5,250	3,38950	111,47475	0,239750	1,258687
26	13,0	0,	2,15075	113,62550	0	0

dove

$$\lambda = \frac{4 \pi^2 a^2}{g T^2}.$$
 [2]

La [1] rimane soddisfatta solo da particolari valori di λ. Tenendo conto delle condizioni poste, Hidaka, applicando il calcolo delle variazioni, dà l'integrale

$$I(u) = \int_{0}^{1} \left\{ \left( \frac{du}{dz} \right)^{2} - \frac{\lambda}{\sigma(z)} u^{2} \right\} dz, \qquad [3]$$

in cui u è data dall'espressione particolare

$$u=\sum_{i=0}^{m}A_{i}z(1-z)z^{i}$$
.

Affinché l'integrale [3] risulti minimo è necessario che le derivate parziali di I(u) rispetto alle  $A_i$  risultino tutte nulle. Annullando il determinante dei coefficiente delle  $A_i$  nelle relazioni ottenute, si ha l'equazione dei periodi.

Per m=2 si perviene alla seguente equazione di 3° grado in  $\lambda$ , le cui radici sostituite nella [2] permettono di determinare i periodi delle tre prime sesse:

$$\left(I_{0}I_{2}I_{4} - I_{0}I_{3}^{2} - I_{1}^{2}I_{4} + 2I_{1}I_{2}I_{3} - I_{2}^{3}\right)\lambda^{3} - \left[\frac{3}{35}\left(I_{0}I_{2} - I_{1}^{2}\right) + \frac{1}{5}\left(-I_{0}I_{3} + I_{1}I_{2} + I_{1}I_{3}\right) + \frac{2}{15}I_{0}I_{4} + \frac{1}{3}\left(-I_{1}I_{4} - I_{2}^{2} + I_{2}I_{3} + I_{2}I_{4} - I_{3}^{2}\right)\right]\lambda^{2} + \left(\frac{1}{700}I_{0} - \frac{3}{350}I_{1} + \frac{53}{2100}I_{2} - \frac{1}{30}I_{2} + \frac{1}{60}I_{1}\right)\lambda - \frac{1}{10500} = 0$$
[4]

con

$$I_{
m n} = \int\limits_0^1 rac{z^2(1-z)^2 z^{
m n}}{\sigma(z)} \ dz.$$

Calcolati numericamente gli integrali necessari (tabella II) si sono ottenuti i seguenti risultati

 $I_0 = 3,899825$ ,  $I_1 = 1,840968$ ,  $I_2 = 1,074459$ ,  $I_3 = 0,700480$ ,  $I_4 = 0,489966$ .

TABELLA II

N.	F	$M = z^2(1-z)^2 \Delta z$	Mz	Mz2	Mz3	Mz4
Sez.	u a	σ(z) 10-9	10-9	10-9	10-9	10-9
0	0.01050	25.706654	0.607106	0.012406	0.000026	0.000001
1	0.01953	35.186674	0.687196	0.013406	0.000026	0.000001
2	0.04815	60.563841	2.916149	0.140387	0.047462	0.000323
3	0.07814	99,474431	7.772932	0.607391	0.164033	0.003709
4	0.10903	126.554106	13.798194	1.504475	0.352631	0.050814
5	0.14410	117.848737	16.982003	2.447129	0.831276	0.050814
6	0.18266	136.398828	24.914610	4.550947	1.692639	0.375309
7	0.22173	155.271799	34.428416	7.633783	2.625127	0.678412
8	0.25843	152.097461	39.306547	10.157981	6.241269	1.787984
	0.30250	225.474768	68.206117	20.632294	11.061380	3.848475
10	0.34792	262.646918	91.380116	31.792884	16.640209	6.552718
11 12	0.39379	272.498120	107.307035 114.848333	42.256556	22.414949	9.902476
13	0.44178	259.967253 259.427140	127.041470	50.737809	30.465307	14.918861
13	$0.48970 \\ 0.52821$	218.179445	115.244565	62.212185	32.153925	16.984025
15	0.52821	297.686645	172.926172	60.873374	58.353072	33.897300
16	0.62821	255.665511	160.611631	100.452870	63.385059	39.819128
17	0.67439	215.577799	145.383512	100.897883 98.045214	66.120712	44.591147
18	0.71966	198.735798	143.022204	102.927456	74.072773	53.307212
18	0.76243	172.748201	131.708411	102.927456	76.562099	58.373241
20	0.80381	135.435912	108.864740	87.506633	70.338706	56.538956
21	0.84294	101.548963	85.599683		60.822683	51.269873
22	0.88375	72.289610	63.885943	72.155413 56.459197	49.895816	44.095427
23	0.91827	39.923933	36.660950	33.664659	30.913246	28.386707
23	0.95124	20.456533	19.459072	18.510258	17.607697	16.749146
25	0.93124	8.166171	8.011585	7.859923	7.711135	7.565163
26	1.00000	0.	0.	0.	0.	0.
		$I_0$	I <sub>1</sub>	$I_2$	$\overline{I_3}$	I.4

Sostituiti questi valori nella [4], si ha l'equazione

96851,6 
$$\lambda^3$$
 - 79157,8  $\lambda^2$  + 17255,2  $\lambda$  - 952,381 = 0,

che rimane soddisfatta dai valori

$$\lambda_1 = 0.084683$$
  $\lambda_2 = 0.231906$   $\lambda_3 = 0.500722$ .

Dalla [2], tenendo conto che la superficie del lago  $a=\mathrm{km^2}$  113,6255, si sono ottenuti i periodi relativi alle sesse uni-bi-trinodali

$$T_1 = 13^{\rm m},048$$
 ,  $T_2 := 7^{\rm m},885$  ,  $T_3 = 5^{\rm m},366$  .

L'andamento delle ampiezze è dato dalla relazione

$$\zeta = -\frac{du}{dz}a$$
 ,

che nel caso considerato, m=2, si può scrivere nella forma

$$\zeta = -A_0 a \left\{ 4 \frac{A_2}{A_0} z^3 + 3 \left( \frac{A_1}{A_0} - \frac{A_2}{A_0} \right) z^2 + 2 \left( 1 - \frac{A_1}{A_0} \right) z - 1 \right\}.$$
 [5]

I rapporti delle costanti  $A_i$  occorrenti si ottengono limitando le relazioni di condizione ai primi tre termini e risolvendo i sistemi rispetto ai rapporti  $\frac{A_i}{A_0}$  e  $\frac{A_o}{A_0}$ , e tenendo conto dei valori degli integrali e delle  $\lambda$  relative. Nel caso, si sono ottenute le tre seguenti coppie, rispettivamente per la uni-bi-trinodale

$$\frac{A_{1}}{A_{0}} = -0,5035$$

$$\frac{A_{2}}{A_{0}} = +0,2594$$

$$\frac{A_{1}}{A_{0}} = -3,0793$$

$$\frac{A_{2}}{A_{0}} = +1,5443$$

$$\frac{A_{1}}{A_{0}} = -6,2222$$

$$\frac{A_{2}}{A_{0}} = +7,0302$$

TABELLA III

	TABELLA 111						
N. Sez.	Uninodale η՝	Binodale η''	Trinodale η΄՝՝				
0	+ 1,	+ 1,	+1,				
ľ	+0.942144	+ 0,845943	+ 0,733028				
2	+0.860403	+ 0,638627	+0,393524				
2 3	+0.778512	+ 0,444235	+0.100660				
4	+ 0,698010	+0.267357	0,138682				
5	+ 0,611111	+ 0,093889	0,340018				
6	+0,520779	-0,065098	- 0,483288				
7	+0,434469	-0.194400	0,554675				
8	+0.357846	-0,288667	0,562986				
9	+0.271092	0,369704	-0.509802				
10	+ 0,187149	0,419660	0,397269				
ii	+0,107423	0,439029	-0.240075				
12	-0.028790	-0.429754	0,046470				
13	0,045532	0,394372	+ 0.158283				
14	-0,102681	-0,349775	+0,318552				
15	0,177848	- 0,269566	+0,512824				
16	-0.243039	-0.182694	+0,644219				
17	- 0,305232	0.088243	+0.715448				
18	- 0,365409	+0.010057	+ 0,714448				
19	-0,422071	+0.104997	+ 0.634853				
20	-0.477181	+0.195980	+0,172452				
21	- 0.529960	+0.278829	+0,230694				
22	-0,586102	+0.359492	0,123886				
23	0,634777	+0.421310	0,513836				
24	-0,682532	+0.173372	- 0,970091				
25	-0,726991	+0.513465	-1,458594				
26	- 0,755900	+0,535000	1,808000				

Sostituiti questi valori nella [5], le funzioni che danno l'andamento delle ampiezze sono: per la uninodale

$$\eta' = \frac{\zeta}{A_0 a} = -(1.0376 \ z^3 - 2.2887 \ z^2 + 3.0070 \ z - 1);$$

successivamente, per la binodale,

$$\eta'' = \frac{\xi}{A_0 a} = -(6,1772 \ z^3 - 13,8708 \ z^2 + 8,1586 \ z - 1);$$

e infine, per la trinodale,

$$\eta''' = \frac{\zeta}{A_0 a} = -(28,1206 \ z^2 - 39,7570 \ z^2 + 14,4443 \ z - 1).$$

Facendo variare z, da 0 a 1, in questa relazione, si ha l'andamento delle ampiezze delle tre sesse riferite al valore per z=0. I risultati

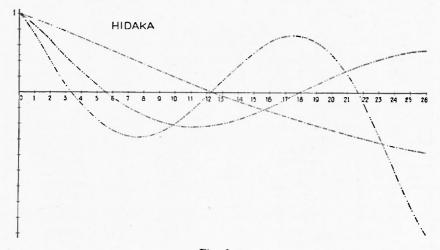


Fig. 3

dei calcoli sono riportati nella tabella III e nella fig. 3 i relativi grafici.

Le posizioni dei nodi, dato che in essi $\frac{du}{dz}=0$ , si hanno in corrispondenza dei valori minori dell'unità che annullano le tre relazioni delle ampiezze. Per la uninodale l'unico valore è

$$z'_1 = 0.460053$$
.

che viene a trovarsi distante km 6,191 dall'estremo sud del lago, mentre per la binodale

$$z''_1 = 0.165911$$
 e  $z''_2 = 0.715103$ ,

che risultano a km 2,783 e km 8,970 dall'origine. Per la trinodale si hanno i valori

$$z'''_1 = 0.090194$$
,  $z'''_2 = 0.452736$ ,  $z'''_3 = 0.870870$ ,

distanti da Marta rispettivamente 1,695, 6,114 e 10,842 km.

3. Metodo di Defant. — Dall'equazione di moto e di continuità dell'idrodinamica e facendo riferimento ad una terna di assi cartesiani, con l'asse delle x secondo la linea di valle e la z positiva verso l'alto, il Defant, indicato con  $2\xi$  e  $2\eta$  gli spostamenti orizzontali e verticali degli strati dell'acqua da una sezione S(x) ad una S(x+dx), perviene alle seguenti espressioni

$$\Delta \eta = \frac{4 \pi^2}{g T^2} \xi \Delta x$$
  $\xi = -\frac{1}{S(x)} \int_{0}^{x} \eta b(x) dx$ ,

che permettono di calcolare le ampiezze delle oscillazioni lungo il lago nelle due direzioni. Nel caso dei laghi, si sa che gli spostamenti orizzontali debbono annullarsi agli estremi. Dai valori riportati nella tabella I delle superfici delle sezioni S(x) trasversali e delle v(x), aree parziali del lago, e partendo dai valori dei periodi delle sesse calcolati col metodo di Hidaka, sono state applicate successivamente le suddette formule alle varie sezioni per il calcolo dei relativi spostamenti. I periodi considerati sono stati successivamente approssimati fino ad ottenere in corrispondenza dell'ultima sezione per una quantità q di acqua spostata un valore più piccolo possibile. I calcoli relativi alle tre prime sesse, con i valori dei periodi più soddisfacenti alle condizioni predette, sono riportati nella tabella IV.

Il metodo permette la contemporanea determinazione dei periodi, delle linee nodali e degli spostamenti verticali per ogni sezione. L'andamento delle ampiezze si rileva dai valori  $\eta$ , riportati nella tabella IV relativi ad ogni sessa; i grafici sono rappresentati nella fig. 4.

I periodi trovati con questo metodo sono, per le tre sesse considerate, rispettivamente

$$T_1 = 13^{\rm m}, 15$$
 ,  $T_2 = 8^{\rm m}, 2$  ,  $T_3 = 5^{\rm m}, 95$  ,

che risultano in ottimo accordo con quelli ottenuti col metodo di

# TABELLA IV

$T_1 =$	= 13 <sup>m</sup> ,15	$\frac{4\pi^2\Delta x}{gT_i^2} =$	3,228987.10	)-ō	$T_2 = 8^{m}, 2$	$\frac{4\pi^2\Delta x}{gT_1^2}$	= 16.0403	47.10 <sup>-3</sup>	$T_3 = 5$	m 05 —	$\frac{T_3^2 \Delta x}{T_3^2} = 15.7$	771894.10 <sup>-3</sup>
N. Sez.	$q = \eta v(x)$	$\xi = \frac{q}{\mathfrak{I}[x]}$	Δη	η	q	3	Δη	η	q	'n	Δη	η
	m <sup>3</sup>	cm	cm	cm	m <sup>3</sup>	cm	cm	cm	m <sup>3</sup>	cm	cm	cm
U				+100,00				+100,00				+100,00
1	2219500	62,2319	-20,09	+ 79,91	2219500	,	<b>—51,68</b>	+ 48,32	2219500		<b>—98,15</b>	+ 1,85
2	4818173	<b>—31,7</b> 507	-10,25	+ 69,66	3790866		-20,74	+ 27,58	2279662	-15,0225	-23,69	<b>— 21,84</b>
3	7191315	- 29,9482	<b></b> 9,67	+ 59,99	4730448	,	-16,36	+ 11,22	1535628		-10,09	<b>—</b> 31,93
4	9296964	-31,3203	-10,11	+49,88	5124270	-17,2630	-14,34	3,12	414885	,	- 2,20	- 34,13
5	11284931	-22,0624	<b>—</b> 7,12	+42,76	4999922	<b>—</b> 9,7750	- 8,12	- 11,24	<b>—</b> 945366	,	+ 2,91	- 31,22
6	13158247	<b>—18,5851</b>	<b>—</b> 6,00	+ 36,76	4507498	,	5,29	<b>—</b> 16,53	-2313114	+ 3,2671	+ 5,15	— 26,07
7	14790023	—17,1131 16,0514	- 5,53	+ 31,23	3773731	— 4,3665	- 3,63	20,16	-3470361	+ 4,0155	+ 6,33	— 19,74
8	16092548	-16,9514	<b>-</b> 5,47	+ 25,76		- 3,1223	<b>— 2,59</b>	- 22,75	<b>-4293667</b>		+ 7,13	- 12,61
9	17382287	<b>—19,8768</b>	<b>- 6,42</b>	+ 19,34		-2,0513	- 1,70	24,45	—4925018 5117551		+ 8,88	- 3,73
10	10380569	-21,2697	<b>—</b> 6,87	+ 12,47	531824	,,	- 0,51	-24,96	—5117551 —4825158		+ 9,34	+ 5,61
11 12	19030505	—21,4751 10,2026	— 6,93	+ 5,54	— 769091 —2090656		+ 0.72	- 24,24			+ 8,59	+ 14,20
13	19332546 19294972	$\begin{bmatrix} -19,3036 \\ -18,1828 \end{bmatrix}$	- 6,23	- 0,69	-3316438		+ 1,73	-22,51 $-19,91$			+ 6,38	+ 20,58
14	18942306	-18,1828 $-18,2225$	— 5,87 — 5,88	- 6,56	— 3310438 — 1386800		+2,60	-19,91 $-16,41$	-2930290 $-1589516$		+ 4,36	$\begin{array}{c c} + 24,94 \\ + 27,35 \end{array}$
15	18322016	-16,2225 $-17,9452$	— 5,00 — 5,79	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	—5205044		+3,50	- 12,18	-1369310 $-225777$		$\begin{array}{c c} + 2,41 \\ + 0,35 \end{array}$	$\begin{array}{c c} + 27,35 \\ + 27,70 \end{array}$
16	17341971	-17,4029	5,62	-23,85	—5859841 —5859841		$+4,23 \\ +4,88$	-7,30	+1263375		-2,00	$\begin{array}{c c} + 21,10 \\ + 25,70 \end{array}$
17	16090561	-15,7880	-5,10	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-6242872		+5,09	$\begin{bmatrix} - & 1,30 \\ - & 2,21 \end{bmatrix}$	+2611854	-2.5627	-2,00 $-4,01$	+ 21,66
18	14601445	15,7089	-5,07	-20,93 $-34.02$	<b>—6356549</b>		+5,68	+ 3,47	+3725990	,	6,32	+ 15,34
19	12948158	-14,9201	-4.82	- 38.81	<b>—6187916</b>		+ 5,92	+ 9,39	+4471476	,	-8,13	+ 7,21
20	11121804	-13,4295	-4.34	-43,18	5746375	. ,	+ 5,76	+ 15,15	+4810508	,	-9,16	1,95
21	9202237	-12,0580	- 3.89	-47.07	-5072882		+5,52	+20,67	+4723821		- 9,76	-11,71
22	7019601	10,1610	<b>— 3,28</b>	-50,35	-4114414		+ 4,95	+25,62	+4180828		9,54	- 21,25
23	5044371	8.1668	-2,64	-52,99	-3109341		+ 4,18	+29,80	+3347191		<b>— 8,55</b>	<b>—</b> 29,80
24	3059233	- 6,3734	<b>— 2,06</b>	-55,05	-1992959		+ 3,45	+ 33,25	+2230809		<b>— 7,33</b>	<b>— 37,13</b>
25	1193313	<b>— 4,9773</b>	<b>— 1.61</b>	<b>—</b> 56,66	<b>—</b> 865950		+ 3,00	+ 36,25	+ 972288		-6,40	<b>— 43,53</b>
26	25302	-,	-,	,	<b>—</b> 86303		1 -7		+ 36067			

Hidaka; si deve solo notare che le differenze crescono con l'ordine della sessa e sono 0<sup>m</sup>,1; 0<sup>m</sup>,3 e 0<sup>m</sup>,55.

4. Le osservazioni. — Come si è detto, il Palazzo fu incaricato nel 1901 dalla Società Geografica Italiana, dello studio dei fenomeni di fisica limnologica del lago di Bolsena; e per la ricerca e la natura delle sesse pose un limnografo Sarasin a Bolsena ed un altro a Marta. Il limnografo di Marta, come nota Palazzo, diede risultati, per la

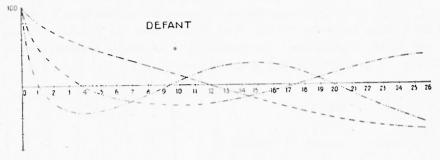


Fig. 4

nitidezza delle sesse registrate, da non potersi immaginare nulla di più tipico, tanto che la sessa uninodale a Marta è possibile osservarla anche ad occhio, riferendosi semplicemente ai sassi della sponda e in alcuni casi tanto vistosa da sollevare il livello del lago fino a 30 cm e con periodo che va da 12 a 15 minuti. Anche a Bolsena si registrano sesse, ma, esse sono meno ampie che a Marta. Si riportano nella fig. 5, riprodotte a grandezza naturale, le belle registrazioni di sesse ottenute contemporaneamente a Marta e a Bolsena il 20 luglio 1903 dalle 13h alle 21h. Dall'esame della registrazione ottenuta a Marta si vede che le ampiezze delle oscillazioni oltrepassano i 18 cm mentre a Bolsena si mantengono al di sotto di 9 cm. Inoltre le registrazioni delle sesse a Marta sono continue, di una nitidezza particolare, generalmente molto regolari e possono raggiungere ampiezze tali da uscire fuori dal foglio del registratore. A Marta la sessa uninodale domina e finisce col mascherare le altre come è chiaramente visibile nella fig. 5.

Dalla contemporanea registrazione ottenuta a Bolsena (fig. 5) si rileva come ivi le sesse siano meno vistose; però, oltre all'uninodale, si notano la binodale, la trinodale e, molto probabilmente, la quadrinodale.

Il particolare divario, relativo all'ampiezza delle sesse, nelle due

località, viene confermato dalla teoria, come si vede dall'andamento delle sesse calcolate. Difatti col metodo di Hidaka (fig. 3) risulta che a Bolsena (sez. 24) l'ampiezza della sessa uninodale è circa il 70% di quella di Marta (sez. 0) e col metodo di Defant (fig. 4) lo scarto è ancora maggiore, in quanto la prima è il 55% della seconda.

La diversa natura della riva, ripida dalla parte di Bolsena e pianeggiante con poca profondità per un gran tratto a Marta, potrebbe giustificare tale differenza nell'ampiezza delle sesse.

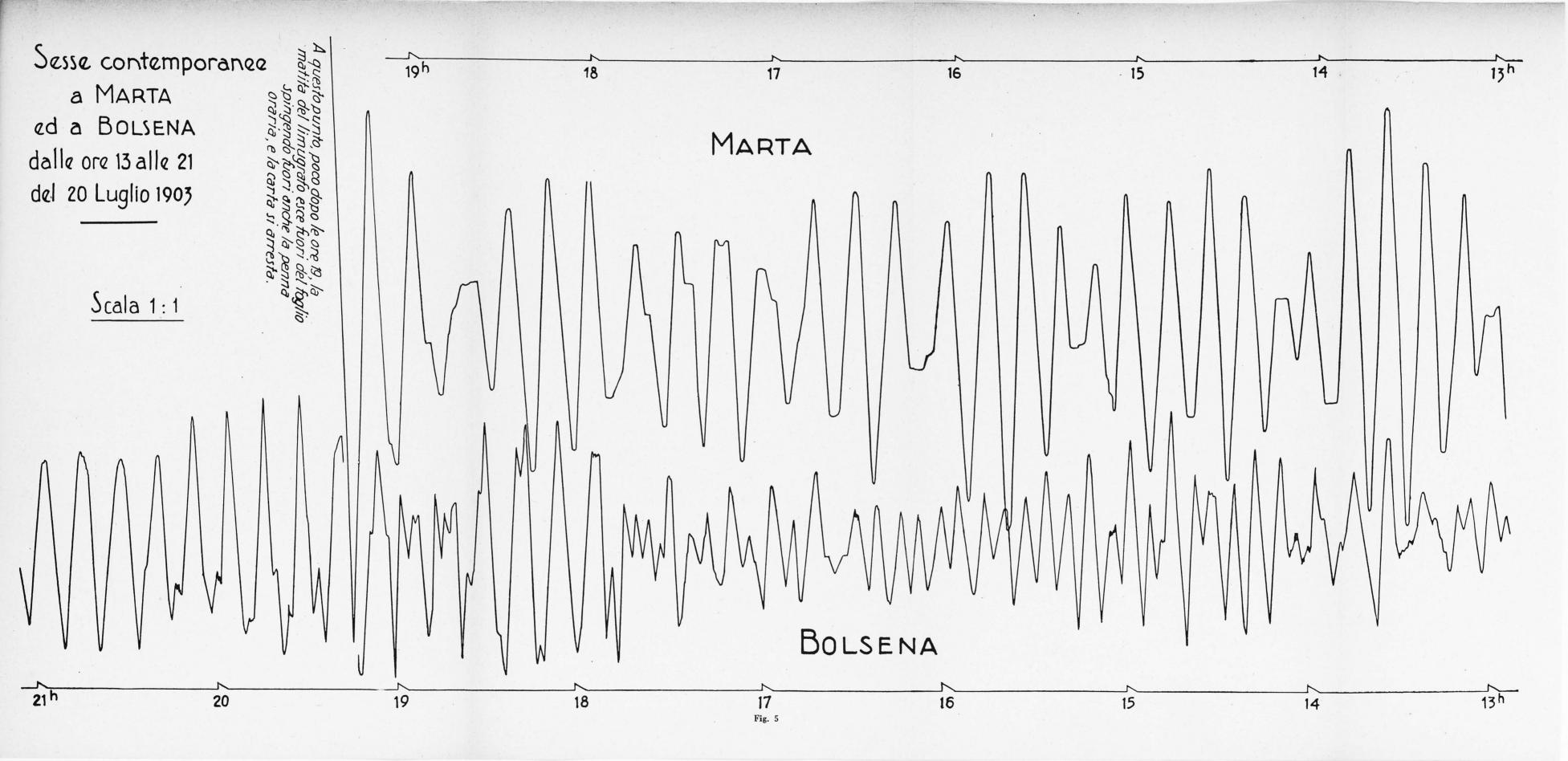
Dallo specchietto seguente, dove sono posti a confronto i periodi medi delle tre sesse, rilevati dalle registrazioni del Palazzo (fig. 5), con quelli calcolati con i due metodi detti, si nota la perfetta concordanza tra i valori osservati e quelli teorici:

	PERIODI		
uninodale	binodale	trinodale	
13 <sup>m</sup> ,05 13 ,15	7 <sup>m</sup> ,90 8 ,20	5 <sup>m</sup> ,40 5 ,95	metodo di Hidaka » » Defant
13 ,23	7 ,92	5 ,40	medi osservati registrazioni Palazzo

Nella registrazione di Bolsena si nota anche un periodo di 3<sup>m</sup>,8, che potrebbe corrispondere a quello della sessa quadrinodale. Dalla fig. 5 si rileva inoltre che vi è uno sfasamento di intensità tra il fenomeno registrato a Marta e a Bolsena, tanto che mentre nella registrazione di Marta la sessa è così ampia da provocare l'uscita della puntina scrivente dal foglio, in quella di Bolsena l'ampiezza della registrazione è scarsa per non dire nulla. Su questo fatto, ritorneremo in un lavoro successivo, dopo l'analisi di nuove registrazioni.

Dai risultati ottenuti in questo lavoro, si nota il pieno accordo tra i valori teorici e quelli dell'osservazione. Date le proporzioni veramente notevoli del fenomeno sarebbe di sommo interesse poter eseguire una nuova serie di registrazioni contemporaneamente in più punti del lago, oltre a prove su un modello e, nel contempo, ampliare la trattazione teorica. È quanto ci proponiamo di fare.

Roma - Istituto Nazionale di Geofisica - Dicembre 1950.



### RIASSUNTO

Si pongono a confronto i risultati teorici degli elementi delle tre prime sesse del lago di Bolsena, calcolati con i metodi di Hidaka e di Defant, con quelli delle registrazioni ottenute contemporaneamente a Marta e a Bolsena da L. Palazzo il 20 luglio 1903. Viene constatata la perfetta concordanza tra gli uni e gli altri a convalida della bontà dei procedimenti teorici.

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) DE AGOSTINI G.: Esplorazioni idrografiche nei laghi vulcanici della provincia di Roma Boll. Soc. Geograf. Ital. Vol. XI (1898).
- (2) PALAZZO L.: Studi limnologici sul lago di Bolsena Atti del V Congresso Geografico Italiano. Vol. 2º. Sez. I (1904).
- (3) Caloi P.: Le sesse del lago di Garda. Parte I e II Annali di Geofisica, n. 1 e 2 (1948).