IL BATISISMO DEL 28 AGOSTO 1946 E LA PROFONDITA' DEL NUCLEO TERRESTRE

P. Caloi - F. Peronaci

Il 28 agosto 1946 venne registrato a Roma un terremoto con le caratteristiche proprie dei movimenti originanti a grandissima profondità. Pensammo di farne oggetto di particolare indagine. A tale scopo richiedemmo, ai vari Osservatori sparsi per il mondo, gli originali (o copie fotografiche) dei sismogrammi da esso destati. L'intensità del terremoto non fu notevole, le difficoltà inerenti allo stato di guerra, da poco cessata, ancora in parte esistenti: il numero delle registrazioni ottenute, pertanto, non fu grande. Comunque, potemmo avere a disposizione i sismogrammi di una ventina di Osservatori.

1. *Epicentro, profondità ipocentrale.* — Nostra prima preoccupazione fu la determinazione delle coordinate ipocentrali.

Con i valori ottenuti da Pasadena ($\varphi = 26°$ S; $\lambda = 63°$ W;

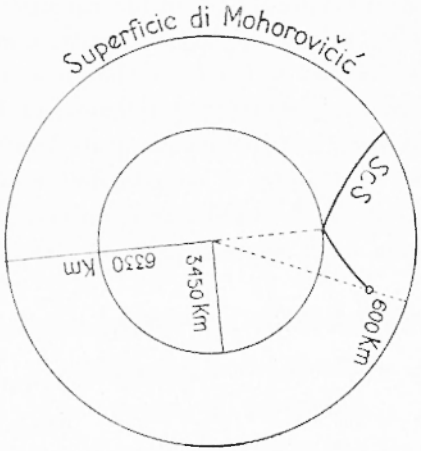

Fig. 1

$h = 580$km), procedemmo ad una prima approssimazione per le coordinate epicentrali (supposto $h = 580$ km) con un metodo esposto in un nostro precedente lavoro [1]. I dati di cui ci siamo serviti sono

quelli riportati nella tabella I; i risultati ottenuti confermarono sostanzialmente quelli indicati da Pasadena, con un'ora origine pari a

$$H = 28^m \quad 23^s,0.$$

Siamo quindi passati alla determinazione delle grandezze ricercate, considerando incognita anche la profondità. Il metodo seguito è quello da noi esposto nel lavoro citato [1], già applicato con successo anche da altri ricercatori. Esso si compendia essenzialmente nella soluzione dell'equazione

$$\delta t_o - \cos\varphi'_o \sin\alpha \frac{\partial f}{\partial \Delta_n} \cdot \delta\lambda_o - \cos\alpha \frac{\partial f}{\partial \Delta_n} \cdot \delta\varphi'_o + \frac{\partial f}{\partial h_o} \cdot \delta h_o$$
$$= (P_n) - t_o - f(\lambda_o, \varphi'_o, h_o) \quad , \qquad [1]$$

dove, fra gli altri simboli manifesti, t_o è il tempo origine approssimato e δt_o la relativa correzione, α l'azimut dell'epicentro rispetto a ciascuna stazione, (P_n) indica i tempi di registrazione delle onde P nelle stazioni di osservazione, $f(\lambda_o, \varphi_o', h_o)$ è il tempo di propagazione delle P per la stazione considerata, in base ai valori approssimati di λ_o, φ_o'; $\partial f/\partial h_o$ si ottiene dalle dromocrone, fatto Δ costante nel valore Δ_o ed assegnando ad h (a partire da h_o) un incremento pari all'unità della dromocrona prescelta, mentre $\partial f/\partial \Delta_n$ si calcola, sempre dalle dromocrone, supponendo costante h (in h_0) e dando a Δ_n l'incremento di 1° per avere quello corrispondente del tempo di tragitto.

La [1] naturalmente va ripetuta per tutte le stazioni e il sistema che così si ottiene, risolto con il metodo dei minimi quadrati. Con i dati forniti dalla tabella I e calcolando con coordinate geocentriche si sono ottenuti (alla terza approssimazione) i seguenti risultati:

$$\varphi'_o = 24^\circ\ 47',2\ S \pm 34' \text{ (geocentrica)}$$
$$\varphi_o = 24^\circ\ 56',05\ S \text{ (geografica)}$$
$$\lambda_o = 62^\circ\ 59',95\ W \pm 6'$$
$$h = 643 \text{ Km.} \pm 29 \text{ Km.}$$
$$t_o = 28^m 32^s,8 \pm 4^s,2 \quad .$$

La bontà dei calcoli è data dalla pratica coincidenza di [ll. 4] con [vv]; si è avuto infatti [ll. 4] = 7,022277, [vv] = 7,022275.

TABELLA I

Stazioni	Tempi osservati per le onde *P*		
	h	m	sec
Huancayo	22	32	2,8
Chicago	»	38	44,8
Tucson A.	»	38	59,3
La Jolla	»	39	25,0
Monte Wilson	»	39	29,5
Pasadena	»	39	30,3
S. Barbara	»	39	37,3
Haiwee	»	39	37,6
Tinemaha	»	39	41,8
Kew	»	40	42,8
Zurigo	»	40	56,0
Roma	»	40	55,3

TABELLA II

Stazioni	Distanze in gradi	Stazioni	Distanze in gradi
Montezuma	10,18	Haiwee	79,93
La Plata	11,12	Tinemaha	80,53
Huancayo	17,32	Toledo	91,26
S. Juan	43,05	Berkeley	92,58
Chicago	70,17	Kew	93,70
Tucson A.	72,72	Zurigo	96,06
La Jolla	77,22	Roma	96,15
Monte Wilson	78,59	Coira	96,67
Pasadena	78,61	Sitka	101,44

Nella tabella II sono contenute le distanze epicentrali di 18 stazioni (i dati di alcune delle quali ci sono pervenuti a calcoli ultimati).

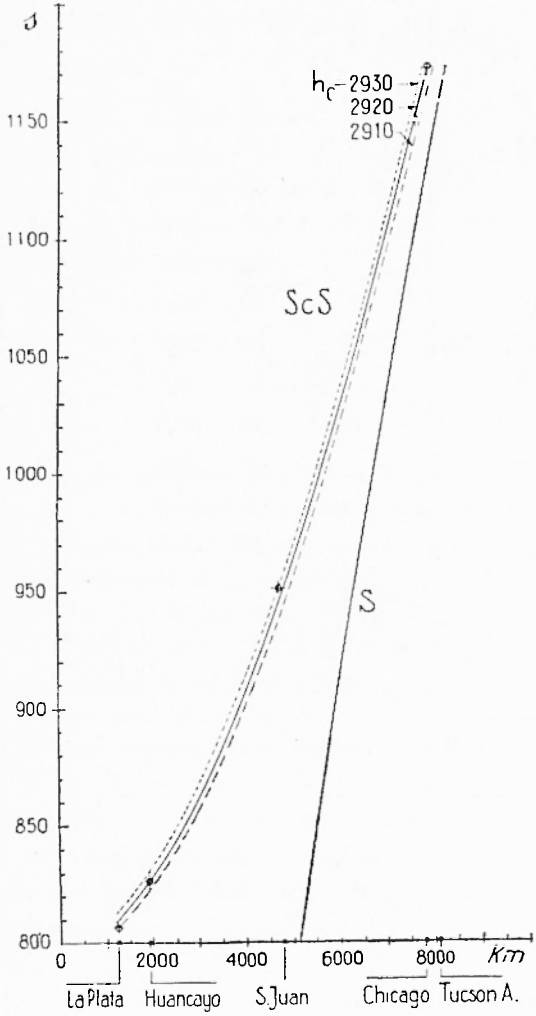

Fig. 2

2. *Profondità del nucleo centrale della Terra.* — Il terremoto in esame ha provocato la registrazione di alcuni nettissimi esempi di onde *ScS* (fig. 4). Ritenemmo utile valerci dei relativi tempi di arrivo per risalire, noti i valori delle altre grandezze in gioco, alla profondità del nucleo centrale terrestre.

Nella fig. 1 è schematizzato il tragitto delle onde *ScS*. Il raggio r_0 si riferisce alla discontinuità di Mohorovic.

Se r è il raggio di un punto generico di una traiettoria sismica, si sa che il tempo di tragitto dt relativo ad un elemento di traiettoria è dato da

$$dt = \frac{n^2 r\, d r}{\sqrt{n^2 r^2 - k^2}}$$

dove $n = \frac{1}{v}$, essendo v la velocità nel punto generico considerato, e $k = nr \cos e$, rappresentando e l'angolo d'emergenza nel punto.

L'indice o riferisce le grandezze alla superficie di Mohorovicic, l'indice 1 al punto corrispondente alla profondità ipocentrale e l'in-

dice 2 al nucleo centrale; pertanto, avremo per il tempo di tragitto di un'onda *ScS*:

$$T = n_0 r_0 \left(\int_{\varrho_2}^{\varrho_1} \frac{\nu^2 \varrho \, d\varrho}{\sqrt{q^2 - \alpha^2}} + \int_{\varrho_2}^{\varrho_0} \frac{\nu^2 \varrho \, d\varrho}{\sqrt{q^2 - \alpha^2}} \right), \qquad [2]$$

dove:

$$\nu = \frac{v_0}{v} \quad , \quad \varrho = \frac{r}{r_0} \quad , \quad q^2 = \nu^2 \varrho^2 \quad \text{e} \quad \alpha = \nu\varrho \cos \iota .$$

Occorreva, a questo punto, trovare una legge di distribuzione della velocità delle onde trasversali (*S*) nel « mantello » terrestre, che consentisse un'opportuna espressione di ϱ in funzione di q^2. Partendo dai valori per la velocità delle onde *S* nel mantello, dati da Gutenberg e Richter (¹) si è trovato — conformemente ai risultati di analoghe ricerche — che, con buonissima approssimazione, si ha:

$$\varrho = \frac{q^2}{c + C q^2} , \qquad [3]$$

dove c, C sono costanti, il cui valore si è potuto ottenere dalla soluzione, con il metodo dei minimi quadrati, di 21 equazioni, corrispondenti a 21 valori della velocità delle *S* a diverse profondità ipocentrali, da quota 40 (discontinuità di Mohorovicic) a quota 2920. Ne è risultato

$$c = 0.09228 \quad , \quad C = 0.90325 .$$

Per la [2], la [3] diviene

$$T = \frac{2 n_0 r_0 c}{C \sqrt{\frac{c}{C} + \alpha^2}} \left\{ \left| \operatorname{artg} \frac{\sqrt{q^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\frac{c}{C} + \alpha^2}} \right|_{(\sqrt{q^2 - \alpha^2})_2}^{(\sqrt{q^2 - \alpha^2})_1} + \left| \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{q^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\frac{c}{C} + \alpha^2}} \right|_{(\sqrt{q^2 - \alpha^2})_2}^{(\sqrt{q^2 - \alpha^2})_0} \right\} . \qquad [4]$$

Il valore di α per le singole stazioni fu calcolato usufruendo dei valori di $\sin i_2$ riportati nel lavoro citato di Gutenberg e Richter (pagina 104) in cui Θ_s va corretto tenendo debito conto della profondità (ciò che si è fatto ricorrendo ad altro lavoro di Gutenberg e Richter) (²).

Ecco i risultati dei calcoli ottenuti con la [4] (ritenendo pari a 13 sec in media il tempo di tragitto nella crosta terrestre)

		Tempo di tragitto *ScS* osservato		Tragitto per *ScS* calcolato		per profondità nucleo	
Huancayo	1908 km	13^m	59^s	13^m	59^s	2920	km
La Plata	1234 km	13	(37)	13	40	(2905)	km
San Juan	4780 km	16	4	16	03	2930	km
Chicago	7800 km	19	21	19	21	2920	km
Tucson	8080 km	19	44	19	42	2920	km

Possiamo quindi ritenere senz'altro come profondità del nucleo

$$h_S = 2920 \text{ Km} ,$$

valore che coincide con quello ottenuto da Gutenberg con il metodo di Wiechert-Herglotz.

È noto che Dahm [4] in una ricerca condotta pure con il metodo di Wiechert-Herglotz, è giunto alla conclusione che verso 2700 km di profondità la velocità delle onde longitudinali subisce una diminuzione, che si mantiene fino a 3000 km, profondità alla quale avrebbe inizio il nucleo. Ci siamo proposti di vedere a quali risultati conduce la [4], determinando le costanti c, C che figurano nella [3] con le

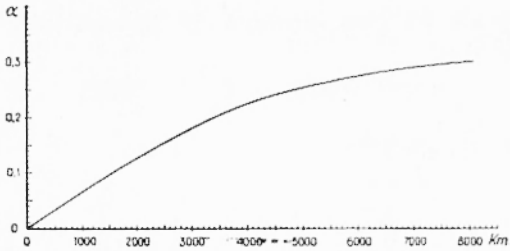

Fig. 3

velocità ottenute da Dahm nel suo lavoro per la velocità delle onde S nel mantello.

Risolte, con il metodo dei minimi quadrati, le 54 equazioni in c, C che risultano in corrispondenza dei valori della velocità alle varie quote (da 40 km a 2700 km), si è ottenuto

$$c = 0{,}103215 \quad , \quad C = 0{,}906136 \ .$$

Per l'applicazione della [4] restavano da determinare i valori di

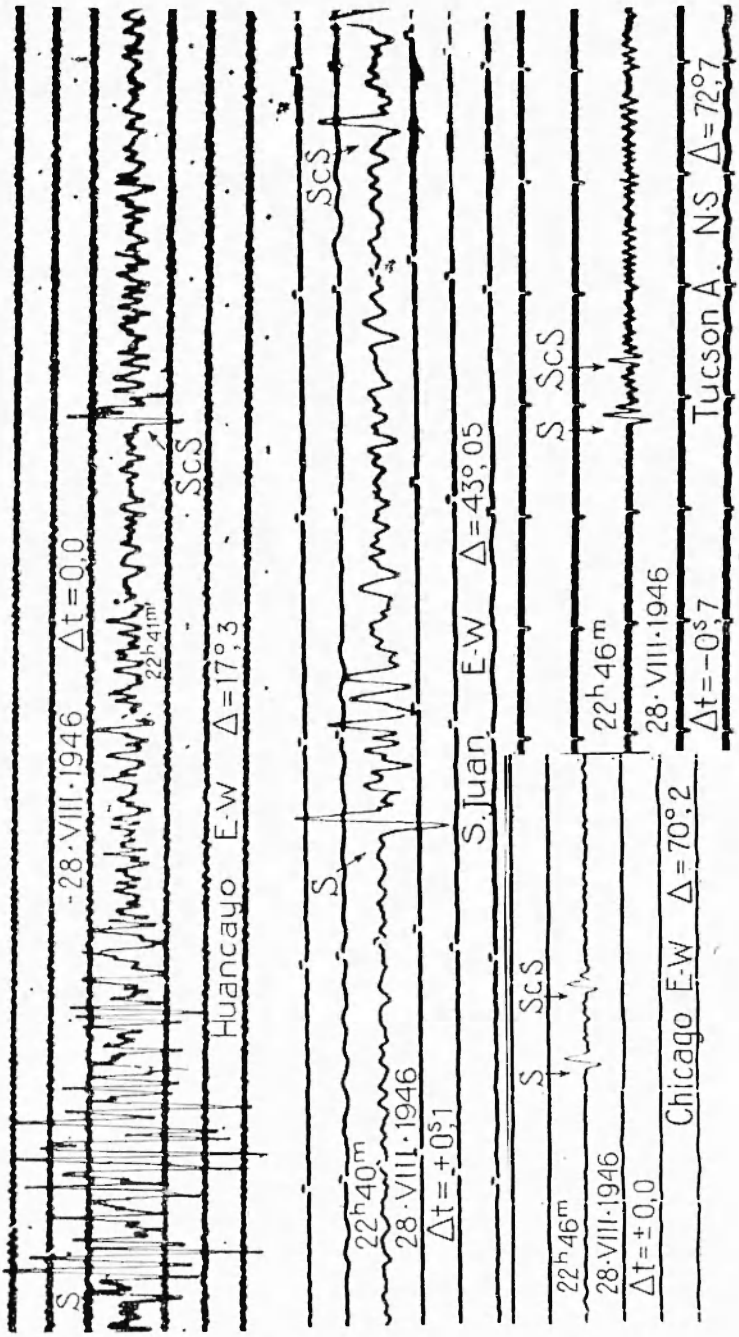
S
28·VIII·1946 Δt=0,0
22h41m
ScS
Huancayo E-W Δ=17°,3
S
ScS
22h40m
28·VIII·1946
Δt=+0s,1
S. Juan E-W Δ=43°,05
S ScS
22h46m
28·VIII·1946
Δt=±0,0
Chicago E-W Δ=70°,2
S ScS
22h46m
28·VIII·1946
Δt=-0s,7
Tucson A. N-S Δ=72°,7

Fig. 4

α per le varie stazioni. Poiché, in questo caso, non era possibile valerci delle tavole calcolate da Gutenberg e Richter, si è proceduto come segue.

È noto che la distanza angolare $d\Theta$ è data dall'espressione

$$d\Theta = \frac{k\,dr}{r\sqrt{n^2r^2-k^2}}$$

cioè, con la simbologia già usata,

$$d\Theta = \frac{\alpha\,d\varrho}{\varrho\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}.$$

Per l'onda *ScS* avremo pertanto

$$\Delta = r_0\,\alpha\left(\int_{\varrho_2}^{\varrho_1}\frac{d\varrho}{\varrho\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}} + \int_{\varrho_2}^{\varrho_0}\frac{d\varrho}{\varrho\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}\right).$$

E per la [3], infine,

$$\Delta = 2r_0\,\alpha\left\{\left|\frac{1}{\alpha}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{\frac{c}{C}+\alpha^2}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}{\sqrt{\frac{c}{C}+\alpha^2}}\right|_{(\sqrt{\varphi^2-\alpha^2})_2}^{(\sqrt{\varphi^2-\alpha^2})_1} + \right.$$

$$\left. + \left|\frac{1}{\alpha}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{\frac{c}{C}+\alpha^2}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\varphi^2-\alpha^2}}{\sqrt{\frac{c}{C}+\alpha^2}}\right|_{(\sqrt{\varphi^2-\alpha^2})_2}^{(\sqrt{\varphi^2-\alpha^2})}\right\}. \qquad [5]$$

Assegnati ad α opportuni valori, la [5] consente di determinare i corrispondenti valori di Δ. Per $\alpha = 0{,}07$; $0{,}1$; $0{,}2$; $0{,}3$ si è ottenuto $\Delta = 1049$; 1515; 3359; 7722 km rispettivamente. Ciò ha consentito di tracciare un grafico (fig. 3) da cui è possibile trarre i valori di α corrispondenti alle stazioni citate.

Applicando la [4] alle varie stazioni si trova allora che mentre Huancayo e S. Juan conducono entrambe ad un valore di 2920 km

per la profondità del nucleo, le stazioni lontane (Chicago e Tucson) portano a scarti notevoli da detto valore.

Abbiamo visto che, con la distribuzione della velocità ottenuta da Gutenberg e Richter, tutte le stazioni hanno condotto concordemente alla profondità di 2920 km. Il fatto che con la distribuzione di Dahm corrispondano, per le stazioni lontane, notevoli scarti da detta profondità, non può essere attribuito ad errori accidentali nei tempi registrati da quelle stazioni, bensì ad alcunché di erroneo nella distribuzione di velocità ottenuta da Dahm, che si manifesta in modo netto solo a partire da una determinata distanza epicentrale.

Concludendo, i chiari esempi di onde *ScS* forniti dal terremoto in esame, conducono, con l'ausilio delle formule ottenute, alla conferma che la profondità del nucleo è di 2920 km circa, conformemente al valore ottenuto da Gutenberg, e da Gutenberg e Richter, con il metodo di Wiechert-Herglotz. Sembra pertanto che i risultati cui pervenne Dahm, con lo stesso metodo, non rispondano a realtà.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Ottobre 1949.

RIASSUNTO

Sulla scorta delle registrazioni di onde ScS, determinate dal terremoto profondo del 28 agosto 1946, ci siamo proposti di calcolare la profondità del nucleo terrestre. Calcolati l'epicentro e la profondità ipocentrale, con un metodo basato sulle equazioni fondamentali della teoria dei raggi sismici siamo passati alla determinazione dei tempi di tragitto delle onde ScS. A tale scopo, ci siamo valsi dei valori delle velocità di propagazione delle onde trasversali ottenuti e da Gutenberg e Richter e da C. G. Dahm. Nel primo caso, si è ottenuta una profondità del nucleo pari a 2920 km, in ottimo accordo con il valore generalmente accettato: nel secondo caso, i valori avuti risultarono alquanto discordanti. Sembra quindi che la distribuzione della velocità delle S con la profondità determinata da Gutenberg e Richter sia più attendibile di quella fornita da Dahm.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI P. e PERONACI F.: *Il terremoto del Turkestan del 2 novembre 1946.* Annali di Geofisica, 1, 2 (1948).

(2) GUTEMBERG B. and RICHTER C. F.: *On seismic waves, IV.* Gerlands Beitr. z. Geophys., LIV, pag. 102 (1939).

KADOYA K. and HIDAKA S.: *On the ScS Wave of Deep-focus Earthquakes observed near the Epicenter.* The Geophysical Magazine, VIII, 1 (1934).

(3) GUTENBERG B. and RICHTER C. F.: *Données relatives à l'étude des tremblements de terre à foyer profond.* U.G.G.I. Ass. de Séism., Travaux scientifiques, fasc. 15, 1 partie (1937).

(4) DAHM C. G.: *Velocities of P and S waves calculated from the observed times of the Long Beach earthquake.* Bull. of the Seismol. Soc. of America, XXVI, pag. 159 (1936).