

CONTRIBUTO ALLO STUDIO DELLA CIRCOLAZIONE ATMOSFERICA - a) LA BREZZA TIRRENICA

MAURIZIO GIORGI - EZIO ROSINI

Premesse.

Le questioni connesse con la circolazione delle masse d'aria nella atmosfera rivelano sempre più la loro importanza nei fenomeni meteorologici.

La formazione delle superfici di discontinuità, l'inizio delle perturbazioni, l'energia dei cicloni sono fenomeni molto studiati da questo punto di vista, ma i lavori finora compiuti a tal riguardo, per la maggior parte, seguono più degli schemi teorici che non la realtà dei fenomeni stessi. Altro campo di applicazione della teoria della circolazione è quello delle correnti in quota: queste correnti, guidando le perturbazioni ed imponendo le direttrici di marcia delle masse aeree, vengono in definitiva ad essere il più importante fattore diretto del così detto « tempo in grande », cioè del tipo di tempo che si stabilisce su una vasta regione per un periodo di molti giorni.

Gli studi finora compiuti sulla circolazione sono stati condotti, come si è detto, con una mentalità più teorica che sperimentale, limitando in effetti le applicazioni a qualche esempio costruito su ipotesi fortemente semplificative. Questo modo di procedere era d'altronde imposto dalle circostanze, poiché l'esame della realtà era notevolmente limitato dalla scarsità dei dati in quota e complicato dal numero grandissimo di cause perturbatrici sulle quali non si riusciva ad avere sufficienti notizie. Oggi, dopo lo sviluppo dato ai sondaggi termodinamici dell'atmosfera, specialmente di recente per necessità belliche, si può nutrire fiducia sull'efficacia di questo mezzo destinato ad avere una maggiore diffusione nel prossimo avvenire; appare quindi possibile non solo, ma anche necessario riesaminare il complesso dei problemi in relazione con la circolazione dell'atmosfera, partendo dai dati effettivamente osservati.

Quando il materiale sperimentale, convenientemente selezionato, sarà sufficientemente abbondante si potranno saggiare al banco di

prova delle situazioni reali le ipotesi semplificative sulle quali la teoria della circolazione è stata edificata, e si renderà possibile formulare nuove ipotesi più aderenti ai dati di fatto e costruire le basi di una teoria più completa. E' in fondo il metodo comune di tutte le scienze sperimentali, rispetto alle quali la meteorologia si è trovata finora in condizioni di svantaggio per la estrema limitazione del campo esplorabile rispetto all'intero campo spazio-temporale abbracciato dai fenomeni che prendono parte alla stessa vicenda.

Gli scriventi, partendo dai dati di osservazioni dirette e seguendo un criterio sperimentale, si propongono di portare un contributo allo studio della circolazione atmosferica. Come punto di arrivo, poi, si propongono un fine più specifico. La circolazione che si svolge, per es., fra l'Atlantico e l'Europa, interessa, come è noto, normalmente gli strati troposferici dell'atmosfera fin verso i 10-12.000 m di altezza: quando sulla base dei dati osservati si potrà applicare in prima approssimazione la teoria della circolazione a questi strati, si potrà far luce su una circostanza già ben nota ai meteorologi, benché più intuita che provata: l'evoluzione della circolazione sull'Atlantico orientale e sull'Europa, mentre a volte può ritenersi determinata da fattori connessi con la circolazione stessa (ed allora la previsione risulta in prima approssimazione verificata), altre volte appare condizionata da certe variazioni nel campo barico al suolo e in quota, le quali neppure in prima approssimazione appaiono spiegabili mediante le cause interne della circolazione troposferica.

In questi casi la circolazione si modifica in modo imprevedibile, e la teoria non riesce neppure lontanamente a rendere conto delle modificazioni avvenute. Sarà allora necessario invocare altre cause esterne allo strato atmosferico circolante, le quali debbono necessariamente risiedere negli strati superiori, fino ad oggi praticamente sconosciute.

Il confronto fra teoria e osservazione potrà quindi condurre ad una prima separazione, sia pur grossolana, delle cause troposferiche da quelle stratosferiche, e ciò costituirà il primo passo per studiare più profondamente le prime e per indagare sulla natura delle seconde.

Questo studio condotto sui dati dell'esperienza, al quale gli scriventi hanno in animo di collaborare, appare invero arduo. Prima perciò di affrontare le situazioni meteorologiche complesse, quali sono sempre quelle collegate alle perturbazioni e alla circolazione che si verifica entro la troposfera, è opportuno iniziare con l'esame di un

esempio tipico e relativamente semplice di circolazione, quello delle brezze di mare. Nel presente lavoro si riesaminano le basi della teoria della circolazione; si dà una dimostrazione sintetica e generale del teorema di Bjerknes e si valuta teoricamente l'energia connessa. Si studia poi la brezza sulla costa tirrenica centrale.

La circolazione atmosferica ed il teorema di Bjerknes.

I movimenti delle masse d'aria in seno all'atmosfera (moti ciclonici, anticiclonici, brezze, alisei, monsoni, ecc.) risultano dalla combinazione di moti orizzontali e verticali prodotti da agenti meteorologici interessanti regioni più o meno vaste del globo. In genere la traiettoria delle masse che si muovono tende a chiudersi, presentando il carattere di una vera e propria circolazione; molto spesso il movimento è costituito dalla sovrapposizione di diverse circolazioni; comunque il problema di stabilire le leggi rigorose della circolazione atmosferica mediante le equazioni della dinamica e della termodinamica è reso estremamente complicato dalla innumerevole molteplicità delle cause che producono e perturbano il fenomeno stesso (variabilità del riscaldamento della superficie terrestre, deviazione dovuta alla rotazione terrestre, accidentalità del suolo, ecc.).

Tuttavia mediante convenienti ipotesi semplificative, è possibile inquadrare il fenomeno in termini matematici, e fissare dei criteri in base ai quali, conoscendo alcuni dati fisici essenziali, si può tradurre in termini quantitativi l'andamento di una circolazione (1).

Se in un fluido in movimento indichiamo con l una qualsiasi linea chiusa formata, per es., da una catena continua di particelle richiudentesi su se stessa (e che si sposta e si deforma nel tempo a causa del moto delle particelle stesse) e con $\mathbf{v}(x, y, z)$ la velocità delle particelle stesse lungo i vari punti della linea, si materializza il concetto matematico di « circuitazione » o « circolazione »:

$$C = \int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} \quad [1]$$

Ricordiamo che $C \neq 0$ costituisce una condizione necessaria ma non sufficiente perché nel fluido si abbia una effettiva circolazione cioè le particelle si muovano mantenendosi su una traiettoria chiusa.

Ora qualunque sia il vettore \mathbf{v} si ha, con notazioni evidenti, l'identità di Stokes;

$$\int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_s \text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{n} dS \quad [2]$$

dove S è una qualsiasi superficie avente per contorno la linea l ed \mathbf{n} è il versore della normale a detta superficie diretto positivamente nel senso di avanzamento di una vite che gira nel verso di percorrenza nella linea l .

Il più generico vettore \mathbf{v} che può comparire nella formula di Stokes può porsi sotto la forma:

$$\mathbf{v} = \text{grad } \Theta + \Phi \text{ grad } \Psi \quad [3]$$

dove: $\Theta(x, y, z)$, $\Phi(x, y, z)$, $\Psi(x, y, z)$ sono funzioni univoche continue definite nello spazio in cui si considera il fluido.

Il vettore dato dalla [3] è costituito dalla somma di due vettori uno semplicemente l'altro doppiamente lamellare. Il primo non porta alcun contributo nella formula di Stokes in quanto è irrotazionale; per il secondo si ha invece:

$$\text{rot } (\Phi \text{ grad } \Psi) = \text{grad } \Phi \wedge \text{grad } \Psi \quad [4]$$

e quindi:

$$\text{rot } \mathbf{v} = \text{grad } \Phi \wedge \text{grad } \Psi \quad [5]$$

Il campo in cui è definito il vettore [5] è rappresentabile per mezzo delle superfici equiscalarì $\Phi(x, y, z) = \text{cost.}$, $\Psi(x, y, z) = \text{cost.}$ scelte, per es., in corrispondenza dei valori interi delle costanti e sarà tanto meglio rappresentato dalle superfici stesse per quanto più piccole sono le unità di misura adottate; per quel che segue supporremo di averle scelte sufficientemente piccole. I due sistemi di superfici si tagliano generalmente in modo da suddividere il campo in tubi a sezione quadrilatera chiamati «tubi unità» o «solenoidi».

Questi solenoidi possono chiudersi su se stessi o prolungarsi allo infinito o terminare sul contorno del campo. Se si traccia una qualsiasi curva chiusa nel campo indicheremo con $n(\Phi, \Psi)$ il numero di solenoidi da essa compreso.

L'identità di Stokes tenendo presente la [5] assume la seguente espressione:

$$\int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_s \text{grad } \Phi \wedge \text{grad } \Psi \times \mathbf{n} dS \quad [6]$$

il vettore: $\text{grad } \Phi \wedge \text{grad } \Psi$ rappresenta il più generale vettore solenoidale ed ha la direzione dell'intersezione delle superfici equiscalari Φ e Ψ ; il senso è dato dalla regola della vite da Φ a Ψ . Il modulo è l'inverso dell'area della sezione di un solenoide e quindi la [1] può scriversi:

$$C = n(\Phi, \Psi) \quad [7]$$

dove $n(\Phi, \Psi)$, come abbiamo sopra ricordato, rappresenta il numero di solenoidi abbracciati dalla linea l .

Se le due funzioni scalari Φ e Ψ sono legate da una relazione:

$$f(\Phi, \Psi) = 0 \quad [8]$$

le superfici equiscalari ($\Phi = \text{cost.}$, $\Psi = \text{cost.}$), dell'una sono anche superfici equiscalari dell'altra.

Due sistemi di superfici scalari possono o non intersecarsi; le funzioni a cui si riferiscono detti sistemi si chiamano rispettivamente « omotrope » o « eterotrope ». La [8] rappresenta dunque la condizione di omotropia. In particolare, per es., se si considerano le superfici isobariche e le superfici isosteriche (di uguale volume specifico), il fluido a cui si riferiscono si dice « barotropo » o « baroclinico » secondo che sussista o non la condizione di barotropia.

Quando si ha omotropia delle funzioni scalari Φ e Ψ il numero $n(\Phi, \Psi)$ di solenoidi compresi in una curva chiusa è nullo ed è anche nulla quindi la circuitazione del vettore \mathbf{v} .

Se consideriamo C funzione del tempo e deriviamo la [1] abbiamo:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_l \left(\frac{d}{dt} \mathbf{v} \times d\mathbf{l} + \mathbf{v} \times \frac{d}{dt} d\mathbf{l} \right) = \\ &= \int_l \frac{d}{dt} \mathbf{v} \times d\mathbf{l} + \int_l d \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 \right) \end{aligned}$$

cioè:

$$\frac{dC}{dt} = \int_l \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} \quad [9]$$

dove: $\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt} \mathbf{v}$.

$\frac{dC}{dt}$ viene impropriamente detta « accelerazione di circolazione » (le sue dimensioni fisiche sono infatti: $L^2 T^{-2}$ cioè, il prodotto di una

accelerazione per una lunghezza); possiamo dunque affermare che: « l'accelerazione della circolazione è uguale alla circolazione della accelerazione ». In un fluido potrà nascere e perdurare una circolazione soltanto se $\frac{dC}{dt} > 0$; se $\frac{dC}{dt} < 0$, l'eventuale circolazione persistente andrà diminuendo; nel caso in cui: $\frac{dC}{dt} = 0$ la circolazione rimane costante.

Riferiamoci, per ora, ad un sistema di assi fissi e cerchiamo di esprimere $\frac{dC}{dt}$ in funzione delle grandezze termodinamiche dell'atmosfera in cui si svolge la circolazione.

Se le uniche forze agenti sono quelle che derivano dal gradiente di pressione e dalla gravità, dalla equazione dell'idrodinamica:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\text{grad } q - s \text{ grad } p \quad [10]$$

(dove q è il potenziale gravitazionale, $s = \frac{1}{\rho}$ è l'inverso della densità dell'aria, p è la pressione, e quindi: $p = \text{cost.}$ ed $s = \text{cost.}$ rappresentano le superfici isobariche ed isosteriche rispettivamente) applicando l'operatore rotazione, abbiamo:

$$\text{rot } \dot{\mathbf{v}} = \text{grad } s \wedge (-\text{grad } p) \quad [11]$$

D'altra parte moltiplicando scalarmente per $d\mathbf{l}$ ed integrando la [10] lungo una curva materiale chiusa, l , in movimento, si ha:

$$\int_i \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = - \int_i s \text{ grad } p \times d\mathbf{l} \quad [12]$$

ma per la [2] e la [9]:

$$\frac{dC}{dt} = \int_i \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = \int_s \text{rot } \dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{n} dS$$

tenendo presente la [11], la [6] e la [7] abbiamo infine:

$$\frac{dC}{dt} = n(s, -p) \quad [13]$$

che esprime il noto teorema di Bjerknes: « l'accelerazione della circolazione C di una curva materiale chiusa è uguale al numero di solenoidi isobarici e isosterici, $n(s, -p)$, che la curva racchiude ed

il verso secondo cui agisce è quello in cui l'ascendente isosterico deve ruotare per sovrapporsi al gradiente barico (attraverso l'angolo minore di 180°).

In altre parole per quanto abbiamo detto in precedenza, perché in un fluido possa generarsi una nuova circolazione o modificarsi l'eventuale circolazione preesistente occorre che esso sia « baroclinico ».

Invece degli isobarici-isosterici si possono considerare altri solenoidi; infatti dalla [12] si ha:

$$\frac{dC}{dt} = - \int_i^j s dp$$

dove: $s = \frac{RT}{p}$ e quindi:

$$\frac{dC}{dt} = -R \int_i^j T d \log p = n (-\log p, -RT) \quad [14]$$

Per l'effettivo calcolo di $\frac{dC}{dt}$ conviene usare questi ultimi solenoidi che provengono dalle funzioni $\log p$ e RT ; l'integrazione si effettua lungo un quadrilatero avente una coppia di lati opposti su due isobare p_1, p_2 e gli altri due lati formati da due segmenti a e b che uniscono i tratti suddetti; il contributo dovuto all'integrazione lungo le isobare è nullo e quindi abbiamo:

$$\frac{dC}{dt} = -RT_a \int_{p_1}^{p_2} d \log p + R\bar{T}_b \int_{p_1}^{p_2} d \log p = R(T_a - \bar{T}_b) \log \frac{p_2}{p_1} \quad [15]$$

dove T_a, \bar{T}_b rappresentano dei valori medi delle temperature lungo i tratti a e b .

Vogliamo ora considerare l'accelerazione di circolazione sulla superficie terrestre cioè vogliamo tener conto oltre che delle forze derivanti dal gradiente di pressione e dalla gravità anche della forza deviante.

L'equazione della dinamica dei fluidi riferita ad assi in moto si scrive:

$$\dot{\mathbf{v}} + 2\bar{\omega} \wedge \mathbf{v} = - \text{grad } \varphi - s \text{ grad } p \quad [16]$$

Nel nostro caso ci riferiamo ad una terna ruotante con la terra e con gli assi orientati come segue: l'origine sulla superficie terrestre,

l'asse delle x tangente al parallelo passante per l'origine diretto positivamente verso Est, l'asse delle y tangente al meridiano con direzione positiva verso Nord, l'asse delle z sulla verticale per l'origine; ω è la velocità angolare della terra.

Moltiplicando scalarmente per $d\mathbf{l}$ entrambi i membri della [16] e integrando lungo la linea chiusa l abbiamo:

$$\frac{dC}{dt} = \int_i \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = - \int_i s \operatorname{grad} p - \int_i 2 \bar{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} \quad [17]$$

Sappiamo già come calcolare il primo termine del secondo membro; per ciò che concerne il secondo termine possiamo scrivere:

$$\int_i 2 \bar{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_i 2 \bar{\omega} \times \mathbf{v} \wedge d\mathbf{l}$$

$\mathbf{v} \wedge d\mathbf{l}$ può riguardarsi come la superficie descritta dall'elemento $d\mathbf{l}$, dotato di velocità \mathbf{v} , nella unità di tempo ed il prodotto scalare di questa area per il vettore $2 \bar{\omega}$ come il flusso di questo vettore attraverso l'area stessa; quindi possiamo scrivere:

$$\int_i 2 \bar{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = 2 \bar{\omega} \frac{dS}{dt}$$

dove con S intendiamo l'area della proiezione sul piano equatoriale della superficie delimitata dalla linea l .

La [17] può allora scriversi:

$$\frac{dC}{dt} = n(s, -p) - 2 \bar{\omega} \frac{dS}{dt} \quad [18]$$

Questa relazione esprime il teorema della circolazione tenendo conto dell'effetto della rotazione terrestre; essa contiene rispetto alla [13] un termine in più. Se: $n(s, -p) = 0$, l'accelerazione di circolazione è dovuta unicamente alla rotazione terrestre; in tal caso se si integra la [18] si ha:

$$C - C_0 = 2 \bar{\omega} (S_0 - S)$$

cioè l'aumento o la diminuzione della circolazione che si verifica nel movimento relativo quando la linea passa da una posizione ad un'altra è uguale alla diminuzione o all'aumento dell'area di S .

Peraltro le cause che intervengono nella variazione di una circolazione non sono soltanto quelle che compaiono nelle [18]; l'attrito, infatti, che finora abbiamo trascurato influenza sensibilmente l'anda-

mento di una circolazione fino ad equilibrare gli effetti prodotti dalle cause già considerate.

Se indichiamo con \mathbf{a} la risultante di tutte le altre eventuali forze esterne agenti sulla unità di massa del fluido ad esclusione delle forze già considerate, l'equazione [10] diviene:

$$\dot{\mathbf{v}} + 2 \bar{\omega} \wedge \mathbf{v} = - \text{grad } \varphi - s \text{ grad } p + \mathbf{a} \quad [16 \text{ bis}]$$

e quindi la [18] corrispondentemente diverrà:

$$\frac{dC}{dt} = n(s, -p) - 2 \bar{\omega} \frac{dS}{dt} + \int \mathbf{a} \times d\mathbf{l} \quad [18 \text{ bis}]$$

le variazioni nella circolazione possono essere imputate dunque a uno qualsiasi o più dei tre termini del secondo membro della [18 bis]. In particolare per quanto concerne il terzo termine, $\int \mathbf{a} \times d\mathbf{l}$, prima d'ora non considerato, si può osservare che, se \mathbf{a} è la somma delle forze derivanti dall'attrito (*esterno*, dovuto alla scabrosità della superficie terrestre, e *interno* che si genera fra strati contigui scorrenti con velocità diverse e che d'altra parte assume valori notevolmente diversi a seconda che si tratti di moto laminare o turbolento), esso agisce sempre in modo da ostacolare l'eventuale circolazione.

Le equazioni dell'energia dei moti atmosferici.

Le possibili forme di energia che si producono e si trasformano in un fluido, conducono a considerare due equazioni: la cosiddetta equazione dinamica dell'energia, che è una conseguenza diretta dell'equazione del movimento e prescinde dalle trasformazioni di natura termodinamica, e l'equazione termodinamica dell'energia che viceversa regola tali trasformazioni.

Se indichiamo con \mathbf{a} la risultante di tutte le forze esterne non derivanti dalla pressione e dalla gravità (per es., le forze derivanti dall'attrito e dalla turbolenza), l'equazione del moto [10] diviene:

$$\dot{\mathbf{v}} = - \text{grad } \varphi - s \text{ grad } p + \mathbf{a} \quad [19]$$

Moltiplicando scalarmente per \mathbf{v} ambo i membri di questa equazione si ha:

$$\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{v} + \text{grad } \varphi \times \mathbf{v} + s \text{ grad } p \times \mathbf{v} - \mathbf{a} \times \mathbf{v} = 0 \quad [20]$$

il primo termine si può anche scrivere:

$$\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{v} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 \right)$$

ed è quindi la derivata rispetto al tempo dell'energia cinetica per unità di massa; il secondo termine, dato che φ non dipende esplicitamente dal tempo, può scriversi:

$$\text{grad } \varphi \times \mathbf{v} = \text{grad } \varphi \times \mathbf{v} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

la [20] può dunque scriversi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \varphi \right) = -s \text{grad } p \times \mathbf{v} + \mathbf{a} \times \mathbf{v} \quad [21]$$

che è la forma dell'equazione dinamica dell'energia riferita ad una particella fluida di massa unitaria. Il primo membro rappresenta la variazione nell'unità di tempo della somma delle energie cinetica e potenziale della unità di massa; il secondo membro, che possiamo anche scrivere: $(-s \text{grad } p + \mathbf{a}) \times \mathbf{v}$ rappresenta il prodotto delle componenti del gradiente di pressione e delle forze di attrito lungo la direzione del moto per la velocità, cioè per lo spazio percorso nell'unità di tempo, ed è dunque il lavoro fatto nell'unità di tempo da tutte le forze agenti sulla massa unitaria.

La [21] riferita ad una massa $dm = \rho d\tau$ assume l'aspetto seguente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 dm + \varphi dm \right) = - \text{grad } p \times \mathbf{v} d\tau + \rho \mathbf{a} \times \mathbf{v} d\tau$$

che integrata ad una massa finita, posto:

$$E_c = \int \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 dm \quad , \quad E_\varphi = \int \varphi dm \quad , \quad \frac{d}{dt} E_p = \int \text{grad } p \times \mathbf{v} d\tau,$$

diviene:

$$\frac{d}{dt} (E_c + E_\varphi) = - \frac{d}{dt} E_p + \int \rho \mathbf{a} \times \mathbf{v} d\tau \quad [22]$$

$\int \text{grad } p \times \mathbf{v} d\tau$ rappresenta infatti il lavoro compiuto dalla pressione sulla intera massa nel tempo unitario: E_p sta dunque a rappresentare la riserva di energia che compete al campo barico, o in altre parole il lavoro che esso può compiere sull'intera massa fino all'annullarsi

del gradiente di pressione: non è una energia potenziale perché non è soltanto funzione dello stato iniziale e finale del sistema.

Fino ad ora non abbiamo tenuto conto delle trasformazioni energetiche che coinvolgono il calore e l'energia interna del fluido: per queste vale il primo principio della termodinamica che per la particella di massa unitaria in movimento si scrive:

$$J \frac{dq}{dt} = Jc_v \frac{dT}{dt} + p \frac{ds}{dt} \quad [23]$$

e costituisce l'equazione termodinamica dell'energia.

La [23] riferita alla massa $dm = \frac{1}{s} d\tau$, tenendo presente l'equazione di continuità:

$$\frac{1}{s} \frac{ds}{dt} = \text{div } \mathbf{v} \quad [24]$$

diviene:

$$\frac{d}{dt} (J q dm) = \frac{d}{dt} (c_v J T dm) + p \text{div } \mathbf{v} d\tau \quad [25]$$

ed integrando ad una massa finita, posto:

$$W = J \int q dm, \quad E = J \int c_v T dm$$

si ha finalmente:

$$\frac{d}{dt} W = \frac{d}{dt} E + \int p \text{div } \mathbf{v} d\tau \quad [26]$$

Sottraendo la [23] dalla [21] abbiamo:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + q \right) - J \frac{dq}{dt} = -s \text{grad } p \times \mathbf{v} + \mathbf{a} \times \mathbf{v} - Jc_v \frac{dT}{dt} - p \frac{ds}{dt}$$

da cui:

$$J \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + q + Jc_v T \right) + s \text{grad } p \times \mathbf{v} - \mathbf{a} \times \mathbf{v} + p \frac{ds}{dt} \quad [27]$$

che esprime la legge di conservazione dell'energia relativamente ad una particella di fluido di massa unitaria: cioè: la quantità di calore assorbita dalla massa unitaria nella unità di tempo è uguale alla variazione nella unità di tempo delle energie cinetica, potenziale ed

interna più la somma del lavoro di espansione $p \frac{ds}{dt}$, del lavoro eseguito contro il gradiente barico $s \text{ grad } p \times \mathbf{v}$ e contro le altre forze agenti $\mathbf{a} \times \mathbf{v}$.

Combinando la [22] e la [26] si ha invece:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W = \frac{d}{dt} (E_c + E_g + E_i) + \int \text{grad } p \times \mathbf{v} \, d\tau + \\ + \int p \text{ div } \mathbf{v} \, d\tau - \int \varrho \mathbf{a} \times \mathbf{v} \, d\tau \end{aligned}$$

e quindi anche (*):

$$\frac{d}{dt} W = \frac{d}{dt} (E_c + E_g + E_i) + \int \rho \mathbf{v} \times \mathbf{n} \, d\sigma - \int \varrho \mathbf{a} \times \mathbf{v} \, d\tau \quad [28]$$

cioè il calore fornito al fluido nella unità di tempo uguaglia l'aumento della somma dell'energia cinetica, gravitazionale ed interna, il lavoro fatto contro le forze derivanti dall'attrito e dalla turbolenza, ed il lavoro di espansione contro la pressione agente su esso dall'esterno.

La [28] esprime dunque in forma completa il principio di conservazione dell'energia.

La brezza sulle coste del Tirreno centrale.

Si è presa in esame la brezza sulle coste del Tirreno centrale e precisamente della zona presso il Lido di Roma, perché per essa si era in buone condizioni quanto a ricchezza e varietà di osservazioni. Si son potuti utilizzare infatti i dati di oltre 11 anni di osservazioni al suolo compiute alla Centrale Assistenza al Volo di Lido di Roma, situata proprio sulla costa, i dati del vento in quota desunti da 8 anni di lanci di palloni piloti dalla stessa Stazione, i sondaggi termodinamici eseguiti per diversi anni con aeroplano dall'aeroporto dell'Urbe ed infine alcuni anni di osservazioni al suolo presso gli aereo-

(*) Infatti dall'eguaglianza: $\text{div } p\mathbf{v} = p \text{ div } \mathbf{v} + \mathbf{v} \times \text{grad } p$ si ha: $\text{grad } p \times \mathbf{v} = \text{div } p\mathbf{v} - p \text{ div } \mathbf{v}$ e integrando ad un volume finito V tenendo presente l'identità di Gauss, si ha: $\int_V \text{grad } p \times \mathbf{v} \, d\tau = - \int_V p \text{ div } \mathbf{v} \, d\tau + \int_S p \mathbf{v} \times \mathbf{n} \, d\sigma$ dove S è la superficie che limita il volume V .

porti di Centocelle e Ciampino, che si trovano in ottima posizione per valutare le brezze nell'entroterra. Pur non permettendo, questi dati, di ricavare direttamente dall'esperienza tutti gli elementi necessari, sono però fra i più completi che si posseggano in Italia e si riferiscono a condizioni topografiche molto favorevoli.

La meteorologia non ha ancora risolto in modo univoco il problema del metodo da seguire nello studio dei fenomeni che la interessano. Per solito i meteorologi adottano nell'esame delle situazioni notevoli un criterio individualistico, consistente nello scegliere un caso che si ha motivo di ritenere caratteristico e nell'analizzare quanto più profondamente è possibile questo singolo caso. Tale metodo non sembra però sempre concettualmente adeguato alla natura dei fenomeni meteorologici. Le osservazioni meteorologiche infatti debbono essere il più delle volte assimilate a delle misure poco precise, dato il grandissimo numero di cause secondarie, perturbatrici, che sempre intervengono e che disperdono i valori osservati attorno al valore tipico appunto come le misure poco precise forniscono valori disseminati attorno al valore vero della grandezza misurata. Secondo il metodo sperimentale in simili casi occorre ripetere molte volte la misura e trarre dal gruppo delle misure, con procedimento giustificato dalla teoria degli errori, i valori più attendibili delle grandezze ricercate. Analogamente per determinare lo svolgimento ed il meccanismo di una vicenda meteorologica non ci si può basare su un solo caso bensì si debbono osservare molti casi analoghi, e dal loro insieme desumere il « tipo » da studiare. Gli scriventi hanno adottato questo secondo metodo per lo studio delle brezze, per le quali le precedenti considerazioni sembrano particolarmente appropriate. Fissata dunque l'attenzione sui mesi estivi, nei quali la brezza è più attiva, sono state esaminate le situazioni meteorologiche di detti mesi sulle carte generali del tempo, per isolare le giornate nelle quali: *a*) i gradienti barici sul Tirreno e sull'Italia centrale fossero tanto deboli da non influire sensibilmente sulla circolazione locale; *b*) le masse d'aria stazionanti sulla zona potessero considerarsi in equilibrio termico con l'ambiente, fossero cioè di non recente origine extra mediterranea; *c*) le masse d'aria fossero abbastanza stabili di modo che il cielo fosse rimasto costantemente sereno almeno nelle 24 ore e possibilmente per più giorni consecutivi.

Le giornate soddisfacenti a queste condizioni sono risultate un centinaio. Non è materialmente possibile riportare i dati originali

relativi a queste giornate: d'altra parte al lettore interessa forse, ancor più dell'esame dei singoli valori numerici, di avere la possibilità di valutare l'attendibilità della scelta fatta, per la quale servono le carte generali del tempo. Riteniamo necessario perciò segnalare qui le giornate prescelte:

1934:	luglio	giorni	27, 28, 29;
1935:	giugno	»	4, 5, 7, 8;
1936:	luglio	»	23, 24, 25, 26, 27;
1937:	giugno	»	5, 6, 7, 8, 9;
1938:	giugno	»	6, 7, 8, 9, 10;
	luglio	»	6, 7, 8, 20, 21, 22;
1939:	luglio	»	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 29, 30, 31;
	agosto	»	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 27, 28, 29, 30;
1940:	luglio	»	6, 11, 14, 19, 20, 26;
1941:	luglio	»	1, 2, 3, 4, 5, 7, 13, 20, 23, 24, 25;
	agosto	»	11, 12;
1942:	giugno	»	23, 24, 25, 30;
	luglio	»	1, 2, 5, 6, 9, 10, 25, 26, 27, 29, 30, 31;
1943:	luglio	»	2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 22, 23.

Per queste giornate si è calcolato innanzitutto l'andamento medio diurno della temperatura al Lido di Roma ed a Centocelle, tratto da 10 osservazioni quotidiane (otto sinottiche ogni 3 ore oltre la minima e la massima). La fig. 1 riporta tali andamenti, rispettivamente *a*) Centocelle e *b*) Lido di Roma leggermente regolarizzate perché le piccole deviazioni sono da attribuire al non elevato numero di dati concorrenti alla media. Gli andamenti delle due curve sono caratteristici; essi si discostano un poco dagli andamenti medi stagionali, con scostamenti che almeno qualitativamente sono riconducibili al fatto che nei giorni prescelti la brezza era sempre attiva. La curva *b*) di Lido Roma ad esempio mostra nelle ultime ore di notte un avvallamento pronunciato, cioè un raffreddamento più accentuato; infatti in quelle ore si leva la brezza di terra, fredda, che tende a livellare la temperatura sulla costa con quella dell'entroterra. Viceversa nelle ore del primo pomeriggio la curva si mostra schiacciata rispetto a quella di Centocelle, perché sulla costa arriva la brezza di mare che tende a stabilire la temperatura che vige al largo. Per la valutazione delle brezze però occorre conoscere la differenza fra le temperature sull'entroterra e sul mare al largo, e di quest'ultima ovviamente non si posseggono dati diretti. Si è superato, per quanto possibile,

l'ostacolo servendosi delle notizie generali sul comportamento della temperatura dell'acqua del mare presso la superficie e delle temperature rilevate saltuariamente dalle navi, per stabilire le temperature minima e massima e le ore di verifica; costituiti questi due capisaldi si è interpolato fra essi la curva c) tenendo conto dell'influenza presumibile delle brezze nelle ore in cui queste agiscono. Riteniamo che

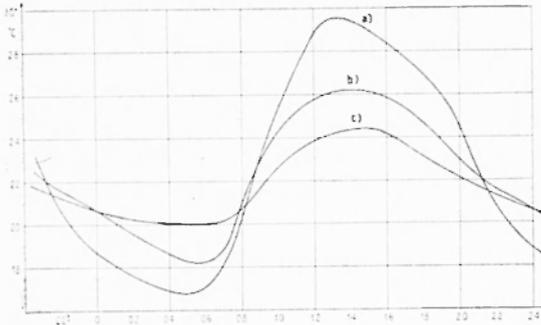


Fig. 1

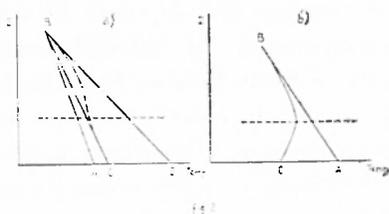
la curva c) possa essere considerata attendibile; comunque, il divario fra essa e la curva reale dovrebbe sempre mantenersi nettamente inferiore ad 1°.

Per il calcolo della accelerazione di circolazione mediante la [15] occorre conoscere il rapporto delle pressioni cioè l'altezza dello strato

interessato alla periodica vicenda e la differenza media fra la temperatura della colonna d'aria sull'entroterra e quella sul mare. Quanto all'altezza dello strato messo in moto dalle brezze, i lanci dei palloni eseguiti 4 volte al giorno (ore 04, 07, 13 e 18) hanno messo in luce una differenza notevole fra giorno e notte. Di notte la brezza di terra difficilmente spira al disopra dei 350 m, mentre di giorno la brezza di mare, più attiva, interessa uno strato notevolmente variabile, che può andare da meno di 500 m a 800 m e talvolta più. Quanto allo strato interessato dalla brezza di ritorno in quota, esso il più delle volte non risulta definito, ma in genere vi si riscontra una direzione molto diversa da quella del vento al suolo; praticamente non si riesce a valutarne il limite superiore. Questa indeterminatezza è in parte da attribuire al metodo di rilevamento dei dati in quota con un solo teodolite, che fornisce per le piccole velocità che interessano le brezze indicazioni poco rigorose, in parte ad un reale e graduale indebolimento del fenomeno per cause varie, una delle quali vedremo più oltre. In base ai dati sopra riportati possiamo fissare, in prima approssimazione, che la linea media della circolazione si svolga di giorno fra le superfici isobariche di 1000 e di 925 mb, di notte fra le superfici isobariche di 1000 e di 960 mb.

Merita invece un esame più approfondito l'andamento della temperatura in quota, sia per dedurre i valori da assumere per $T_a - T_b$, sia per renderci meglio conto del meccanismo del fenomeno. Le curve *a)* e *c)* infatti forniscono solo la differenza di temperatura presso la superficie terrestre, la quale non si mantiene costante con la quota. In realtà come è confermato dal confronto fra il sondaggio mattutino e quello pomeridiano corrispondente nelle giornate calme, l'influenza del riscaldamento da parte del suolo e degli scambi termici fra colonne contigue, cessa ad una certa quota variabile con l'ora del giorno e da giorno a giorno: questa quota, quando la massa d'aria è stabile,

non supera generalmente i 2000 m. Ciò significa che la brezza di ritorno non supera quella quota, poiché al disopra non vi sono differenze fra colonna d'aria sul mare e colonna sulla terra. Ma nelle ore in cui agisce la brezza di mare il sondaggio nell'entroterra mostra



un andamento adiabatico della temperatura con l'altezza, a causa del rimescolamento termico che si svolge, appunto, in condizioni adiabatiche, mentre sul mare aperto la curva di stato temperatura-altezza si modifica solo per cause secondarie in quanto la turbolenza termica sul mare rimane sempre assai limitata. Se dunque la curva di stato iniziale è la *AB* (fig. 2a), la curva di stato sul mare le è assai vicina con un andamento dato qualitativamente da *CB*, mentre quella sull'entroterra si porta in *BD* secondo il gradiente adiabatico. Il punto *B* è il limite superiore dello strato turbolento. Tutto ciò se non vi fosse la brezza. A causa della brezza la curva sul mare si modifica assumendo l'aspetto della tratteggiata *CB*: infatti nei bassi strati essa non è modificata perché la brezza parte dal mare ed è in equilibrio con esso, mentre al disopra della zona neutra, cioè di inversione delle brezze (indicata dalla tratteggiata orizzontale), l'aria calda che arriva dall'entroterra conserva il proprio contenuto termico e tende ad imporre la sua temperatura anche sul mare, fin dove essa arriva. La circolazione cioè non ostante si mantiene anche a quella quota, benché più diffusa, perché per gli altri elementi (pressione e quindi densità) l'equilibrio si ristabilisce solo gradualmente. La curva di stato sull'entroterra *DB* invece, malgrado la brezza, non subisce modificazioni sensibili, perché l'aria fredda proveniente dal mare è riscaldata

ad opera del suolo che la porta rapidamente allo stesso stato di turbolenza già stabilitosi. Se non vi fosse la reazione delle brezze dunque le curve di stato sarebbero indicate da CB e DB e la differenza media fra le temperature delle due colonne sarebbe circa la metà di quella al suolo. Data però l'azione equilibratrice delle brezze in quota, la differenza media risulta più che dimezzata: da valutazioni compiute sulle curve di stato reali è risultato opportuno, in mancanza di determinazioni effettive più precise, porre tale differenza uguale ad un terzo di quella al suolo nelle ore diurne. Anche nelle ore della brezza notturna, sia pure per cause diverse, può assumersi lo stesso criterio (fig. 2b): la curva di stato sul mare AB non è sensibilmente modificata né dal raffreddamento dal basso, che sulla superficie liquida è limitatissimo, né dalla brezza fredda di terra, che ha modo di riscaldarsi a contatto della stessa superficie liquida più calda; la curva di stato sull'entroterra invece, mentre presenta nei bassi strati la ben nota e caratteristica inversione, tende a coincidere con l'altra al disopra della zona neutra perché l'aria calda portata dalla brezza di ritorno impone la propria temperatura. Anche qui perciò la differenza media di temperatura fra le due colonne può assumersi uguale ad un terzo di quella che si verifica presso la superficie. La curva a) della fig. 3 rappresenta l'andamento definitivo nel giorno di tale differenza.

Se il fenomeno della brezza potesse essere considerato termodinamicamente reversibile, data la sua periodicità giornaliera il bilancio energetico della circolazione al termine di 24 ore dovrebbe essere nullo. Ma è chiaro che ciò comporterebbe la stessa temperatura media diurna sulla terra e sul mare, mentre le osservazioni danno fra queste due medie una differenza di circa un grado. Questa differenza, che risulta molto stabile in giornate calme successive, avrebbe in condizioni reversibili l'effetto di far aumentare sempre la circolazione in un senso pur con fluttuazioni diurne. In realtà il fenomeno è ben lungi dall'avvicinarsi alle condizioni di reversibilità, e ciò per due ragioni principali: per l'attrito (che fra l'altro ha un ruolo fortemente diverso in quota, sul mare e sul suolo) e per il meccanismo del riscaldamento e del raffreddamento dell'aria. Di giorno l'innescò della catena fluida è dato dal riscaldamento dal basso dell'aria nell'entroterra a contatto con il suolo più caldo, che la spinge a salire con un meccanismo tipicamente turbolento e come tale irreversibile (come è noto il riscaldamento generale per assorbimento dell'energia rag-

giante da parte dell'aria non influisce sul fenomeno che in via del tutto secondaria). Si ha perciò di giorno che l'aria fredda che parte dal largo procede verso la costa con moto tranquillo e con attrito assai piccolo; quando ha superato la costa incontra un attrito assai maggiore che la frena nei più bassi strati e produce una turbolenza che possiamo chiamare « meccanica » per la sua origine, e contemporaneamente a contatto col suolo caldo inizia un rimescolamento che, a parte l'apporto di energia nel primo strato, si svolge in condizioni quasi adiabatiche ed interessa uno spessore che va rapidamente crescendo dalla costa all'interno. Il ritorno in quota, infine, avviene senza sensibile scambio di energia. Di notte invece l'innescò non si trasporta sul mare perché non è il mare che si riscalda, bensì la terra che si raffredda più velocemente. Ma il raffreddamento dell'aria da parte della terra non avviene in modo turbolento, anzi è tale da stabilizzare lo strato d'aria, tale cioè da allontanare il gradiente termico verticale dal valore adiabatico e quindi da deprimere la turbolenza. L'aria perciò si muove dalla terra perturbata solo dall'attrito meccanico con il suolo, e quando arriva sul mare viene sottoposta alla turbolenza termica, ma non più (o quasi) a quella meccanica; la stessa turbolenza termica è più omogenea, cioè di conseguenza di struttura più fine.

Rispetto allo schema teorico semplificato della circolazione delle brezze si hanno dunque le seguenti diversità: da una parte la differenza delle due temperature medie diurne sul mare e sulla terra renderebbe non applicabile la teoria neppure tenendo conto della rotazione terrestre perché porterebbe ad una circolazione in aumento di giorno in giorno; d'altra parte l'attrito e la turbolenza termica intervengono in modo decisivo e riconducono la circolazione al suo schema periodico; inoltre il meccanismo è fortemente asimmetrico fra giorno e notte a causa soprattutto della minore differenza termica notturna, della turbolenza e dell'attrito. Per il calcolo della circolazione occorre dunque usare la relazione [18 bis], in cui il 3° termine è dovuto all'attrito. Questo attrito, date le velocità effettive delle brezze (difficilmente superiori ai 25 km/h) e la piccola altezza dello strato interessato, può essere computato in base alla vecchia ipotesi di Guldberg e Mohm, che lo considera proporzionale alle velocità e direttamente opposto ad essa (l'applicazione delle teorie più precise legate all'attrito interno, ma ancora assai imperfette, di Sverdrup e Hesselberg secondo cui la forza di attrito superficiale dovrebbe avere una direzione fa-

cente l'angolo di 148° con la velocità, porterebbe una modificazione assai piccola ai risultati). In base alle numerose determinazioni sperimentali del coefficiente di attrito presso il suolo secondo tale ipotesi, eseguite anche per la nostra zona sulle osservazioni di Vigna di Valle da Eredia e da Lombardini ⁽¹⁾, possiamo usare per il vento sul mare e sul suolo in assenza di turbolenza termica rispettivamente i valori medi in cifra tonda $2 \cdot 10^{-6}$ e $4 \cdot 10^{-5}$, mentre in strato turbolento i valori numerici del coefficiente di attrito sono aumentati secondo un fattore 1,5, portandosi rispettivamente a $3 \cdot 10^{-5}$ e a $6 \cdot 10^{-4}$.

Conoscendo la velocità nello strato inferiore, da essa si può calcolare la circolazione complessiva, tenendo conto che i due tratti verticali danno un contributo trascurabile, trattandosi solo di alcune centinaia di metri, e che la parte della circolazione dovuta alla corrente superiore di ritorno (della stessa lunghezza ed anche essa orizzontale) deve necessariamente essere uguale a quella inferiore, per la conservazione della massa circolante.

Rimane infine da stabilire la lunghezza della linea chiusa in cui possiamo schematizzare la circolazione, cioè la profondità delle brezze. Utilizzando le varie stazioni meteorologiche disseminate attorno Roma ed altre notizie qualitative si è potuto stabilire con sufficiente attendibilità che di giorno la brezza di mare è risentita per una profondità che si aggira sui 25 km dalla costa, mentre di notte la profondità interessata è molto minore. Porremo perciò che la lunghezza l della linea chiusa mediana, svolgentesi di giorno fra le superfici isobariche di 1000 e 925 mb, abbia una lunghezza di 80 km, mentre di notte abbia una lunghezza metà.

Possiamo ormai passare al calcolo, che faremo suddividendo la giornata in 24 periodi di un'ora ciascuno, entro cui le condizioni possono essere considerate circa costanti ed uguali a quelle verificatesi nell'istante medio. I 24 intervalli vadano dalle 0.30 alle 1^h.30 ecc. con istanti medi alle ore 1, 2, ..., 24.

Il procedimento usato per il calcolo d'ora in ora è stato il seguente. In base alle differenze $\bar{T}_a - \bar{T}_b$, date dalla tabella I si son calcolate con la [15] le accelerazioni di circolazione medie entro ciascun intervallo orario, assumendo per p_2 il valore 960 mb di notte e il valore 925 mb di giorno (2^a colonna della tabella). Da queste accelerazioni di circolazione medie si son desunti gli incrementi $\Delta C' = \frac{dC'}{dt} \cdot 3600$ che per loro effetto la circolazione subirebbe nel corso

dell'ora, se si fosse su una terza ferma e senza attrito (3^a colonna). Tali incrementi risultano positivi per la brezza di mare e negativi per la brezza di terra. Come termine di confronto la 4^a colonna della tabella ed i due rami della curva *b*) della fig. 3 rappresentano l'andamento delle due circolazioni *C*' di giorno e di notte nell'ipotesi che pur senza l'azione moderatrice della rotazione terrestre e dell'attrito, non vi fosse interferenza ed ogni circolazione iniziasse per suo conto rispettivamente alle ore in cui

la differenza di temperatura cambia segno. I due rami della *C*' non sono uguali, cioè le due circolazioni senza dispersione di energia non si compenserebbero ogni 24 ore e la vicenda delle brezze non potrebbe verificarsi; poiché invece il bilancio deve chiudersi le

due circolazioni debbono esaurirsi e saldarsi lasciando fra l'una e l'altra due ore neutre con calma di vento: cioè i due rami *b*) debbono deformarsi fino a saldare vicendevolmente gli estremi lungo l'asse delle ascisse dando luogo ad una curva del tipo della *c*). Possiamo dunque porre le condizioni che la curva effettiva della circolazione inizi il suo ramo positivo verso le ore 12, ed il ramo negativo inizi verso le ore 03 del mattino. Posti questi punti di riferimento, la curva effettiva *c*) è stata costruita per tratti successivi ora per ora tenendo conto di tutte le forze che intervengono, cioè dell'accelerazione di circolazione, dell'azione deviante terrestre e dell'attrito. Per giustificare la *c*) indichiamo il procedimento seguito per un'ora generica.

Siano: C_1 la circolazione effettiva esistente all'inizio dell'ora t^{ma} , ad esempio nel pomeriggio con brezza di mare; ΔC_1 l'incremento durante l'ora per effetto della accelerazione $\frac{dC_1}{dt}$ (data dalla 3^a colonna della tabella I); si tratta di calcolare l'incremento effettivo ΔC che la circolazione subisce durante l'ora. Dato che all'inizio dell'ora v è la circolazione C_1 , la velocità media in direzione x perpendicolare alla costa (in senso mare-costa) è data da C_1/l . La velocità effettiva

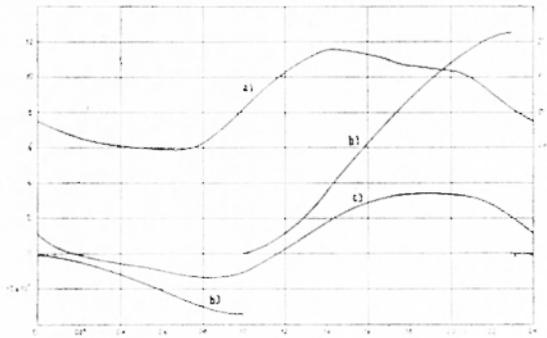


Fig. 3

TABELLA I

C _{re}	T _A -T _B °C	dC' dt m ² sec ²	ΔC'	ΣΔC'	ΔC	C	v _{calc} m/sec	v _{calc}	v _{oss} m/sec	v _{oss}
00	-0,4	-48	-0,17	-0,22	-0,89	+1,13	1,7	-	-	-
01	-0,6	-7,2	-0,26	-0,47	-0,26	+0,24	0,4	-	-	-
02	-0,8	-9,6	-0,35	-0,82	-0,35	-0,01	0,0	-	1,0	170°
03	-0,9	-10,8	-0,39	-1,21	-0,21	-0,35	0,9	-	-	-
04	-1,0	-12,0	-0,43	-1,64	-0,23	-0,55	1,7	215°	-	-
05	-1,0	-12,0	-0,45	-2,07	-0,20	-0,78	2,1	206°	1,3	130°
06	-1,1	-13,2	-0,47	-2,55	-0,22	-0,98	2,6	202°	1,3	180°
07	-1,0	-12,0	-0,43	-2,98	-0,14	-1,20	3,2	197°	1,6	190°
08	-0,7	-8,4	-0,30	-3,28	+0,04	-1,34	3,5	195°	1,8	200°
09	-0,2	-2,4	-0,08	-3,37	-0,24	-1,33	3,5	196°	1,6	220°
10	+0,4	+9,0	+0,32	+0,32	+0,62	-1,09	2,9	200°	1,5	-
11	+0,9	+20,3	+0,73	+1,06	+0,48	-0,47	1,3	-	2,0	-30°
12	+1,3	+29,3	+1,06	+2,11	+1,06	-0	0,0	-	2,5	-20°
13	+1,7	+38,3	+1,38	+3,49	+0,68	+1,06	1,3	-	3,1	-20°
14	+1,6	+40,5	+1,46	+4,55	+0,66	+1,73	2,9	42°	3,5	-10°
15	+1,7	+38,3	+1,35	+6,33	+0,46	+2,39	3,1	39°	3,6	0°
16	+1,6	+36,0	+1,30	+7,62	+0,33	+2,87	4,1	29°	3,6	10°
17	+1,4	+31,5	+1,13	+8,76	+0,12	+3,20	4,4	27°	3,5	20°
18	+1,3	+29,2	+1,05	+9,81	+0,02	+3,32	4,6	26°	3,2	50°
19	+1,2	+27,0	+0,97	+10,78	-0,06	+3,35	4,7	25°	2,6	40°
20	+1,1	+24,7	+0,89	+11,67	-0,13	+3,29	4,5	26°	-	-
21	+0,8	+18,0	+0,65	+12,32	-0,36	+3,15	4,4	26°	-	-
22	+0,3	+7,7	+0,17	+12,49	-0,78	+2,80	4,0	25°	-	-
23	-0,1	-1,2	-0,04	-0,04	-0,88	+2,01	3,2	38°	1,4	-

non è ovunque uguale alla media; essa è certamente minore al largo all'inizio della corsa, e va aumentando fino alla costa: nel tratto entro terra essa tenderebbe ad aumentare ancora perché l'accelerazione continua ad agire, ma il forte aumento dell'attrito, la più efficace azione regolatrice della rotazione terrestre ed il fatto che le masse d'aria cominciano a salire, son tutte cause che neutralizzano l'ac-

celerazione dovuta al campo barico-termico, ed anzi finiscono col ridurre le velocità. Perciò la velocità stessa ha un massimo sulla costa e due minimi agli estremi della corsa. Quest'andamento si presta ad essere sostituito da un valore costante, in uno studio di prima approssimazione quale è il presente (in realtà la velocità alla fine della corsa, registrata dalle stazioni di Ciampino e Centocelle, risulta con notevole costanza circa i 2/3 di quella sulla costa di Lido Roma). Abbiamo dunque all'inizio dell'ora per la componente secondo x della velocità il valore

$$v_x = \frac{C_i}{l} \quad [29]$$

In quell'istante le accelerazioni che agiscono su una generica particella che si trovi a distanza x dall'origine del moto al largo sono date da: accelerazione dovuta all'accelerazione di circolazione, costante lungo il percorso;

$$A = \frac{dC_i}{dt} \cdot \frac{1}{l};$$

accelerazione dovuta all'attrito $K = kv_x$ dove k è il coefficiente di attrito, che nel nostro caso vale $2 \cdot 10^{-5}$ sul mare e $6 \cdot 10^{-5}$ su terra

di giorno e rispettivamente $3 \cdot 10^{-5}$ e $4 \cdot 10^{-5}$ di notte; la accelerazione deviante in direzione y (parallela alla costa, con senso positivo verso destra) è data da $D_y = \lambda v_x$ con $\lambda = 2\omega \sin \varphi$; essa induce sulla particella di ascissa x la velocità trasversale

$$V_y = D_y \cdot t_x \quad [30]$$

dove t_x è il tempo che la particella ha impiegato per percorrere il tragitto x (durante il quale agisce la D_y ; prima infatti la D_y agiva in senso inverso nello strato superiore. Si ha $t_x = \frac{l}{C_i} x$. A sua volta la velocità trasversale v_y induce sulla particella una accelerazione D_x diretta in senso contrario alle x crescenti, dato da $D_x = -\lambda v_y$. Dunque in definitiva la rotazione terrestre provoca una accelerazione negativa:

$$D_x = -\lambda D_y t_x = -\lambda^2 v_x \frac{l}{C_i} x = -\lambda^2 x.$$

Complessivamente l'accelerazione della particella generica che all'inizio dell'ora ha l'ascissa x è data da:

$$A + K + D_x = \frac{dC_i}{dt} \frac{1}{l} - K \frac{C_i}{l} - \lambda^2 x$$

Tenendo conto che il tragitto sul mare e quello su terra sono di eguale lunghezza si può usare per K il valore medio lungo tutto il tragitto $4 \cdot 10^{-5}$ di giorno e $3,5 \cdot 10^{-5}$ di notte; inoltre poiché x varia fra zero ed $\frac{l}{2}$ l'ultimo termine porta un contributo che in media vale $-\lambda^2 \frac{l}{4}$. L'accelerazione media è perciò

$$\frac{dC_i}{dt} \frac{1}{l} - 4 \frac{C_i}{l} 10^{-5} - \lambda^2 \frac{l}{4}$$

cui corrisponde una accelerazione di circolazione reale media data da:

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{dC_i}{dt} - 4 C_i 10^{-5} - \lambda^2 \frac{l^2}{4}$$

Questa accelerazione fa passare la circolazione dal valore C_i al valore $C_i + \Delta C_i$ che assume all'inizio dell'ora successiva, essendo

$$\Delta C_i = \frac{dC_i}{dt} \cdot 3,6 \cdot 10^3$$

Applicando reiteratamente il procedimento si può costruire per tratti successivi la curva *c*) della circolazione effettiva.

Avuta la *C* si deduce senz'altro il valore medio della componente secondo *x* della velocità mediante la [29]. Ma la formula [30] permette anche di calcolare per ogni ora il valore della componente *v_y* delle velocità lungo la costa e quindi la velocità complessiva del vento che attraversa la costa:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

La direzione del vento fa con l'asse *x* un angolo ψ sempre minore di 90° verso destra, dato da

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{v_y}{v_x}$$

Non rimane ormai che confrontare i risultati teorici con i dati tratti dalle osservazioni.

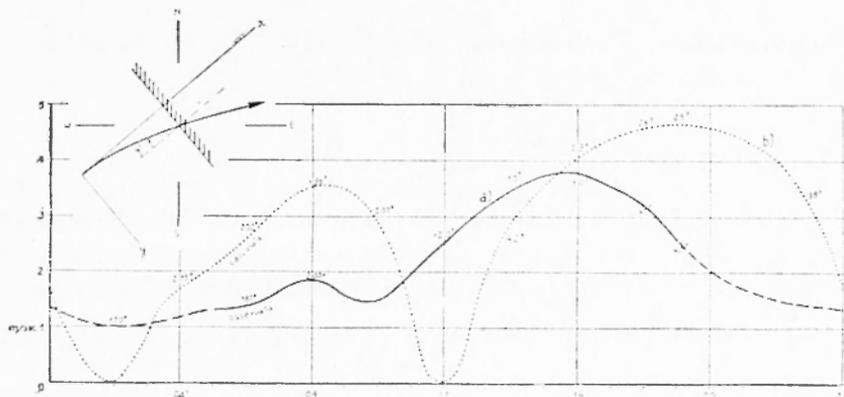


Fig. 4

Gli elementi per il confronto sono contenuti nelle ultime colonne della tabella.

La fig. 4 mostra con la curva punteggiata l'andamento calcolato della velocità del vento nelle 24 ore, mentre la curva continua rappresenta l'andamento medio della velocità osservata a Lido Roma nelle giornate esaminate. Questa curva è stata desunta dalle osservazioni eseguite ogni ora dalle ore 05 del mattino alle 19 di sera mentre di notte si hanno solo le osservazioni delle 23 e delle 02. (per questa ragione la curva interpolata nelle ore notturne è stata tratteggiata). Sulle due curve sono indicati gli angoli rispettivamente calcolati ed osservati della direzione del vento con la direzione positiva dell'asse *x* perpen-

dicolare alla costa, omettendo l'indicazione nelle ore in cui la velocità è piccola o le direzioni osservate sono troppo discordanti fra loro.

Una prima deduzione fondamentale si deduce dalla curva calcolata: nelle ipotesi fatte la circolazione si chiude quasi esattamente dopo 24 ore. Ciò significa che l'assorbimento di energia nel corso della giornata fa esatto equilibrio a quella derivante dalla differenza termica media fra entroterra e mare che da sola darebbe origine ad una vera e propria macchina termica permanente. I valori assunti per il coefficiente d'attrito debbono dunque considerarsi molto vicini ai valori medi effettivi. Questa conclusione che rappresenta una conferma sperimentale dell'entità dell'attrito già trovata per altre vie potrà essere utilizzata per le future applicazioni della teoria della circolazione.

Una seconda deduzione riguarda le discordanze di andamento fra velocità osservata e velocità calcolata. La velocità calcolata mostra due massimi ben definiti, ma diversi fra loro come grandezza, uno verso le ore 08 del mattino l'altro alle 19 di sera, corrispondenti alle brezze di terra e di mare. La velocità osservata invece mostra un solo massimo giornaliero, salvo un accenno di rinforzo in corrispondenza della brezza mattutina, e tale massimo anticipa di tre ore circa sul massimo calcolato della brezza pomeridiana. L'andamento delle direzioni del vento mostra la stessa discordanza: le direzioni calcolate oscillano entro un settore piuttosto stretto che si trova per ambedue le brezze a destra della perpendicolare alla costa (andando nel senso del moto), con i minimi scostamenti dalla perpendicolare in corrispondenza dei massimi della velocità. Le direzioni osservate invece mostrano, come i valori delle velocità, un solo periodo giornaliero molto semplice; esse compiono nel corso della giornata un intero giro, spirando nel mattino da Est. a mezzogiorno dai settori meridionali, nel pomeriggio da Ovest e la notte, benchè debole, dai settori settentrionali. Il vento cioè spira, grosso modo, sempre dal punto dell'orizzonte in cui si trova il sole, con velocità minima nella notte e massima nelle prime ore del pomeriggio. Accade però che in questa vicenda diurna la direzione del vento osservato viene quasi a coincidere con quella calcolata nelle ore dei massimi delle brezze, grazie alla posizione geografica della costa. Il vento reale dunque mostra di essere, con notevole evidenza, la risultante di due azioni: l'azione delle brezze, molto prossima a quella calcolata (salvo una velocità minore ma dello stesso ordine di grandezza) e un'azione diurna più generale collegata al moto del sole. In particolare le due azioni si

sommano nelle ore del pomeriggio rinforzando il vento e producendo il ben noto « ponentino » caratteristico della zona.

Data questa situazione, per la quale la brezza nelle giornate calme viene ad essere solo uno dei due elementi che originano il vento periodico, si impone una verifica sulle osservazioni di una Stazione meteorologica costiera situata in una posizione geografica molto diversa da quella della costa tirrenica. All'uopo è stato iniziato un esame sulle osservazioni di alcune Stazioni situate sulla costa Adriatica, per la quale le due cause non si sommano ma, quasi esattamente, risultano in opposizione. I primi risultati qualitativi confermano l'esistenza delle due circolazioni fra le quali prevale quella in relazione con le brezze. La circolazione risultante si mostra nettamente più debole di quella della costa tirrenica.

Concludendo il calcolo della circolazione secondo la teoria risulta conforme alla realtà soltanto in prima approssimazione in quanto alla circolazione in relazione con le brezze deve aggiungersene un'altra con periodo di 24 ore, che peraltro si manifesta con maggiore evidenza negli stessi giorni in cui la situazione meteorologica è favorevole alle brezze.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — gennaio 1948.

RIASSUNTO

Si riesaminano le basi della teoria della circolazione con una dimostrazione sintetica e generale del teorema di Bjerknes ed una valutazione teorica dell'energia connessa con la circolazione. Il lavoro, ponendo a confronto i risultati teorici con i dati tratti dalle osservazioni tende a stabilire le basi per l'indagine sulla natura e gli effetti delle cause che producono una circolazione atmosferica cercando di separare le cause di origine troposferica da quelle aventi sede presumibilmente nell'atmosfera superiore.

Si comincia ad affrontare lo studio delle brezze facendo una applicazione alla brezza tirrenica. Il calcolo della circolazione, secondo la teoria, condotto sui dati delle osservazioni degli elementi fisici necessari per l'applicazione della teoria stessa, conduce a risultati solo in parziale accordo con la circolazione reale. Alla circolazione in connessione con le brezze deve aggiungersene un'altra con un solo massimo diurno.

BIBLIOGRAFIA

(¹) BJERKNES V., BJERKNES J., SOLBERG H., BERGERON T., *Physikalische Hydrodynamik mit Anwendung auf die dynamische Meteorologie*, Berlin (1933).

— KOSCHMIEDER H., *Dynamische Meteorologie*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig (1941).

— BRUNT D., *Physical and dynamical meteorology*, The University Press, Cambridge (1939).

(²) LOMBARDINI M., *Attrito interno dell'aria e costante di attrito superficiale, etc.*, Rend. Acc. Lincei IX (1929).