SUL METODO FOTOGRAFICO PER LO STUDIO DELLA RADIOATTIVITÀ DELLE ROCCE

G. Imbò

In altre occasioni ed anche in una riunione di questa Associazione ho dato un resoconto sulle ricerche in corso, relative all'esame radioattivo delle lave vesuviane mediante la distribuzione statistica delle proiezioni orizzontali dei percorsi nelle emulsioni di particelle α, nella supposizione di una rigorosa omogeneità dei mezzi attraversati dalle particelle α. Si osserva che, per ottenere la voluta condizione, sono state sottoposte ad esame lave polverizzate. Seguendo un metodo geometrico si era in effetti dedotta la relazione:

$$n = \frac{N R \mu_1}{4} \left(1 - \frac{r}{\mu_2 R}\right)^2 \qquad [1]$$

che dà il numero n di tracce con proiezioni orizzontali dei percorsi nell'emulsione superiori ad r. Nella formula: N rappresenta il numero di particelle α emesse per cm³ e per sec.; R il relativo range nell'aria; μ_1 e μ_2 i coefficienti di frenamento rispettivamente nella lava e nell'emulsione, in modo che i prodotti $\mu_1 R$ e $\mu_2 R$ rappresentano i range nella lava e nella emulsione.

La medesima relazione può essere ottenuta anche in base a considerazioni energetiche. Si sa infatti che tra energia iniziale (E_0) e range (R) si ha la relazione;

$$E_0 = a R^n \qquad [2]$$

dove n ed a sono due costanti, la prima indipendente e l'altra caratteristica del mezzo. Si osserva che la [2] risulta pienamente verificata per i membri delle famiglie radioattive naturali. La relazione [1] è ottenuta qualora si ammetta che nell'attraversamento, da un mezzo all'altro, l'energia finale nel mezzo lava (E_1) risulta uguale all'energia iniziale nel mezzo emulsione (E_2). Si ha cioè:

$$E_1 = E_2 \ . \qquad [3]$$

Evidentemente nella lava sono contemporaneamente emesse particelle α relative a vari membri delle famiglie radioattive naturali in modo che la relazione più completa è data da:

$$n = \frac{\mu_1}{4} \sum N_i R_i \left(1 - \frac{r}{\mu_2 R_i}\right)^2 . \qquad [4]$$

Scegliendo opportunamente i valori di r si è limitata l'indagine praticamente ai tenori in ThC', in RhC' ed in ThA cui corrispondono rispettivamente i range nell'aria di cm: 8,57; 6,91; 5,64; Evidentemente per valori di r superiori a percorsi, rapportati in aria, a 8,57 il numero di tracce è nullo. Per valori di r sempre riferibili ad aria, e compresi tra 6,91, e 8,57, risulterebbe la formula limitata ad un solo termine in cui N_i ed R_i si riferiscono al ThC'. Per valori di r ancora inferiori, ma superiori a 5,64 la relazione sarà data da due termini, l'uno riferito al ThC', l'altro al RhC'; e per valori ancora inferiori viene aggiunto un terzo termine riferibile al ThA. Con la scala scelta dei valori di r si hanno per ogni serie dieci equazioni, di cui quattro relative alla prima categoria ossia ad un sol termine; quattro a due termini, due a tre termini. L'insieme delle 10 equazioni ha permesso la deduzione mediante il metodo dei minimi quadrati delle tre incognite ossia dei tre valori delle N. I valori ottenuti sono stati pubblicati in varie note che hanno permesso di confermare le vedute generali sull'andamento del tenore in RhC' al variare dell'età della lava nel senso di un aumento di esso col diminuire dell'età.

Un esame più approfondito delle varie serie di misure ha messo in evidenza comportamenti caratteristici che lasciano dubbiosi sulla esattezza della formula adoperata [2]. Si è rilevato infatti che il numero di tracce, per valori di r superiori al valore limite considerato, non risulta nullo. Ed inoltre, se ad esempio si utilizzano le quattro equazioni riferibili alla prima categoria, i valori ottenuti dalle singole equazioni dell'unica incognita N lasciano rilevare, procedendo per r decrescenti, una riduzione dapprima brusca e di poi graduale sempre nello stesso senso. Medesima deduzione è stata messa in evidenza indistintamente per tutte le serie a disposizione; anzi lo stesso andamento viene proseguito anche per le successive equazioni rese ad una sola incognita, in base alla eliminazione mediante accoppiamento di due contigue.

Per l'individuazione della causa del comportamento si volle osservare se essa fosse da mettere in relazione con l'assunzione di valori errati dei coefficienti di frenamento e cioè di μ_2, dato invero dalla stessa casa Ilford, e dell'altro μ_1, ottenuto mediante la conoscenza della composizione delle

lave esaminate. E difatti mediante la differenziazione della [1], alla quale si riduce il sommatorio (o la [4]) per le ultime quattro, e nella supposizione che la variazione di n dipenda solo dalla variazione di r, si ottiene per $\mu_2 R$ l'espressione:

$$\mu_2 R = r_i + 2 \frac{n_i}{\left(\frac{dn}{dr}\right)_{r_i}}$$

in modo che il range nell'emulsione può essere dedotto ritenendo noto il valore della derivata che figura al denominatore del secondo termine del secondo membro. D'altro canto, ponendo in ciascuna equazione il valore ottenuto di $\mu_2 R$, viene dedotta l'espressione $N R \mu_1$. I valori ottenuti da tutte le serie esaminate portano ad una variazione, al diminuire di r, delle due espressioni $\mu_2 R$ ed $N \mu_1 R$ nel senso concorde per la prima, discorde per la seconda. La relazione trovata non si presta quindi alla rappresentazione analitica della distribuzione statistica delle tracce al variare di r.

La effettiva relazione, anche se dello stesso tipo della [1] dovrebbe giustificare le anomalie constatate, e cioè: possibilità di percorsi effettivi superiori al range; riduzioni del denominatore del termine del fattore quadratico, nonchè aumento del fattore fuori parantesi al diminuire di r.

Nell'ammissione di una facile spiegazione della prima condizione si è voluto vedere se le altre due condizioni potessero essere soddisfatte con la supposizione che nel passaggio dall'uno all'altro mezzo si abbia una variazione nell'energia. Per una maggiore generalizzazione si è posto:

$$\frac{E_1}{E_2} = p + q E_1$$

ove p e q sono due costanti. Sono stati effettuati i relativi laboriosi calcoli sia nell'ipotesi di assenza che della presenza della rifrazione. Nei due casi le formole ottenute sono:

$$n = \frac{N \mu_1 R}{4} \left[1 + \frac{q}{p} a_1 (\mu_1 R)^n\right] \left\{1 - \left[1 + \frac{q}{p} a_1 (\mu_1 R)^n\right]^n \frac{r^{1/n}}{\mu_1 R} r\right\}^2$$

per il primo e cioè senza rifrazione ed:

$$n = \frac{N \mu_1 R}{4} \left[1 + \frac{q}{p} a_1 (\mu_1 R)^n\right]^{\frac{2-n}{2}} \left\{1 - \left[1 + \frac{q}{p} a_1 (\mu_1 R)^n\right]^{\frac{2-n}{2n}} \frac{p^{\frac{2-n}{2n}}}{\mu_2 R} r\right\}^2$$

per il secondo e cioè con rifrazione.

A parte le maggiori complicazioni si osserva che le espressioni restano dello stesso tipo in modo che se pure vengono modificate le due espressioni, non vengono invero soddisfatte le due constatate condizioni della variabilità apparente dei coefficienti.

Si è dovuto pertanto seguire altra strada in modo da avere contemporaneamente la interpretazione anche della possibilità di percorsi maggiori del range. Si è ammesso infatti che l'aumento del range, constatato infatti anche per gli altri elementi radioattivi, dovesse dipendere da un *effetto di raggrinzamento* o d'invecchiamento dell'emulsione nel senso che per percorsi quasi paralleli alla superficie di separazione la traccia anzichè continua risulta tratteggiata per il fatto che la particella α alterna, per la presenza delle grinze, i percorsi nell'emulsione e nell'aria. È stato supposto che in riferimento ad un particolare valore di r, il prodotto $N\mu_1$ assume un valore $N\mu'$, e che il percorso complessivo nell'aria sia proporzionale ad r con costante di proporzionalità che si indica con m. Si sono anche in tal caso eseguiti gli opportuni calcoli e si è ottenuta la relazione:

$$n = \frac{N\mu' R}{4}\left[1 + \frac{m}{\mu_2 R}(1-\mu_2)\, r\right]\left(1 - \frac{r}{\mu_2 R\left[1 + \frac{m}{\mu_2 R}(1-\mu_2)\right] r}\right)^2.$$

Tenuto presente che $\mu_2 \ll 1$, si ha in definitiva:

$$n = \frac{N\mu' R}{4}\left[1 + \frac{m}{\mu_2 R}\, r\right]\left(1 - \frac{r}{\mu_2 R + mr}\right)^2.$$

Viene in tal modo giustificata la 1ª e la 2ª condizione e cioè il constatato aumento del range nell'emulsione, nonchè la diminuzione del denominatore al diminuire di r. La costante m può essere dedotta dalla conoscenza, attraverso l'osservazione, del più alto valore delle lunghezze delle tracce (r^*).

Si ottiene pertanto:

$$m = 1 - \frac{\mu_2 R}{r^*}.$$

I calcoli effettuati hanno dato valori all'incirca di $m = 0{,}052$.

Si rende pertanto possibile dedurre per ciascun valore di r la funzione:

$$f(r) = \frac{N\mu' R}{4}.$$

Essa mostra una rapida iniziale diminuzione con il diminuire di r, denotando una tendenza ad un valore presso a poco costante. Questo

comportamento, che coincide con quanto è stato detto nella terza condizione, trova la sua giustificazione in un altro effetto che direi *effetto di superficie*. Si osserva in effetti che la omogeneità ammessa per la deduzione delle formule non è mai verificata. Risulta ovvio che entro lo strato superficiale, di solo qualche micron, per l'impossibilità di evitare la disposizione che direi a mucchi, il numero di nuclidi diminuisce man mano che diminuisce la distanza x dalla superficie del l'emulsione od anche man mano che diminuisce anche la densità. Si ottiene così:

$$N\mu' = f(x) \ .$$

Se si indica con d la densità, si ha:

$$\frac{N d \mu'}{d} = f(x)$$

od anche rappresentando $\frac{N}{d}$ il numero di particelle α emesse per grammo e per sec. e quindi un valore costante (c) si ha:

$$d\mu' = c f(x).$$

Mentre d diminuisce al diminuire di x, μ' da valori dell'ordine di 10^{-3} tende rapidamente ad 1. Si ha la prevalenza di quest'ultima variazione in modo che al tendere di x a 0 il valore di $f(x)$ cresce rapidamente. Al crescere di x si rende trascurabile l'effetto della disomogeneità superficiale e la polvere può considerarsi a μ e a d costanti. Nell'assunzione pertanto di:

$$f(x)_{x=0} = \infty \qquad ; \qquad f(x)_{x=\infty} = f_0(x),$$

si pone:

$$c f(x) = c f_0(x) + \frac{b}{x} \ .$$

D'altro canto in base a facili considerazioni sulle relazioni tra percorsi e distanze si giunge ad un'espressione per la $f(x)$ data da:

$$(N\mu') = (N\mu')_0 + \frac{a}{r_0 - r} \ .$$

In tale relazione $(N\mu')_0$; a; r_0 sono costanti da determinarsi, mentre $(N\mu')$ ed r sono valori dati o dedotti. Dalla conoscenza di $(N\mu)'_0$, ed in base al calcolo di μ'_0 che, tenuto conto anche del fatto che la densità

della polvere risulta inferiore per interposizione di aria a quella della lava, è dato, come si può facilmente rilevare, da:

$$\mu'_0 = \mu_2 \left(1 + \Sigma \frac{1 - \mu_2}{1 + \mu_2 \Sigma}\right)$$

dove:

$$\Sigma = \sqrt[3]{\frac{d_{\text{lava}}}{d_{\text{polvere}}}} - 1 ,$$

si ottiene evidentemente il richiesto valore di N. Mediante eliminazione delle influenze degli elementi analizzati, risulta agevole, seguendo un procedimento analogo, la deduzione dei tenori degli altri elementi.

I calcoli effettuati sulle serie già in possesso hanno dato risultati soddisfacenti e si spera quanto prima di esporre i risultati ottenuti da nuove serie che si vanno conducendo in modo da eliminare o ridurre le conseguenze dei due effetti detti rispettivamente di raggrinzamento e di superficie.

RIASSUNTO

Nel corso delle indagini sulla radioattività delle lave mediante la distribuzione statistica delle proiezioni orizzontali dei percorsi delle particelle α nell'emulsione si è rilevata l'incompletezza della formula abituale dedotta sia in base a considerazioni geometriche che in base a considerazioni energetiche e cioè:

$$n = \frac{N R \mu_1}{4} \left(1 - \frac{r}{\mu_2 R}\right)^2 .$$

L'esame delle serie di osservazioni già precedentemente elaborate ha consentito di dedurre che la nuova relazione dovesse soddisfare alle tre seguenti condizioni: giustificasse la possibilità di tracce con lunghezze superiori al valore del range; rendesse conto di un'apparente variazione con r di μ_2 e di $N\mu_1$, in senso concorde per il primo e discorde per l'altro. Una completa realizzazione della prima condizione nonchè dell'aumento apparente di μ_2 con r *si ha nell'ammissione dell'*effetto *detto di* raggrinzamento, *relativo alla superficie dell'emulsione. Una tale introduzione, e con una particolare ipotesi sul percorso nell'emulsione, lascia infatti dedurre la nuova seguente formula:*

$$n = \frac{N R \mu'}{4} \left(1 + \frac{m}{\mu_2 R}\right) \left(1 - \frac{r}{\mu_2 R + m r}\right)^2 .$$

La terza condizione viene inoltre soddisfatta con l'ammissione di un effetto di superficie *consistente in una variazione rapida della densità in corrispondenza dello strato limite della roccia polverizzata nel senso di un aumento di essa sino ad un valore limite che coincide con la densità costante della polvere. Alcune considerazioni che dessero conto anche dei risultati ottenuti dall'esame dei dati a disposizione, hanno lasciato dedurre la relazione*:

$$(N\mu') = (N\mu')_0 + \frac{a}{r_0 - r}$$

la quale consente, sempre in base alle osservazioni, il calcolo di $(N\mu')_0$ *e, se si ammette deducibile il valore di* μ'_0, *il valore cercato di* N_0.

SUMMARY

The various investigations which were carried out on the radioactivity of lava through the statistical distribution of the horizontal projections of the distances covered by particles A in the emulsion, proved the incompleteness of the conventional formula deduced on the ground of both geometrical and energetical considerations and namely:

$$n = \frac{N R \mu_1}{4}\left(1 - \frac{r}{\mu_2 R}\right)^2$$

The inspection of the various observations previously worked out brought about the inference that the new expression should meet with the following requirements: justifying the possibility of traces in greater lengths than the range value and accounting for an apparent variation of μ_2 *and* $N\mu_1$ *along with r in accordance and discordance respectively. The first requirement is entirely met with and* μ_2 *is increased along with r whenever the so-called* wrinkling effect *as concerning the emulsion surface is admitted. On the ground of the above and of a particular assumption on the distance covered within the emulsion, the following new formula may be worked out*:

$$n = \frac{N R \mu'}{4}\left(1 + \frac{m}{\mu_2 R}\, r\right)\left(1 - \frac{r}{\mu_2 R + m r}\right).$$

The last requirement is furthermore met with whenever admitting a surface *effect consisting of a rapid variation of density in connection with*

the boundary layer of the pulverized rock in the way of its increasing up to a pick value coinciding with the constant density of the powder. Some considerations accounting also for the results obtained through the study of the available data, allowed the following expression to be deduced:

$$(N\,\mu') = (N\,\mu)_0 + \frac{a}{r_0 - r}$$

Still on the ground of the same observations, the above expression permits $(N\,\mu')_0$ *to be calculated, along with the required value of* N_0, *whenever the value of* μ_0' *is admitted as being deducible.*