Una nota sul Vento Isallobarico

F. DI BENEDETTO

Secondo Brunt e Douglas (1), il vento isallobarico $\vec{v}_I$ può essere espresso dalla seguente formula:

$$\vec{v}_I = -\frac{1}{\lambda^2 \varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \qquad [1]$$

nella quale $\lambda = 2\,\omega \sin\varphi$ è il parametro di Coriolis, ω è la velocità angolare della Terra e φ è la latitudine; $\vec{\nabla}_H$ è il nabla orizzontale di Hamilton e $\frac{\partial p}{\partial t}$ è la variazione locale della pressione.

Questa formula fu ottenuta con alcune ipotesi semplificatrici che non ripeteremo.

Dalle osservazioni statistiche delle componenti del vento isallobarico in svariate situazioni anticicloniche (2) effettuate da Moller e Sieber (3), si notò che il vento isallobarico era diretto tangenzialmente alle isallobare, anzichè lungo il gradiente isallobarico, secondo l'equazione [1].

Ertel (4) diede una spiegazione teorica dei risultati di Moller e Sieber basata sull'ipotesi che il vento obbedisse al campo della pressione soltanto dopo un certo tempo, per ragioni di inerzia.

Questa questione è ancora aperta a critiche per il fatto che le ricerche statistiche introducono errori notevoli, in quanto le componenti del vento isallobarico dànno un valore medio piccolissimo. D'altra parte, l'equazione fondamentale del vento geostrofico e l'equazione della « perturbazione » (isallobare) non sono *entrambe* in equilibrio.

Sotto questa ipotesi daremo una soluzione per il vento isallobarico e faremo vedere che questa soluzione è intermedia fra quella di Brunt e Douglas e quella di Ertel.

Infatti, l'equazione fondamentale del moto *ageostrofico* è:

$$\vec{D}'_H + \vec{G}'_H = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad [2]$$

dove $\vec{D}'_H$ è la forza deviante e $\vec{G}'_H$ il gradiente barico orizzontale relativo al moto *perturbato* e $\vec{v}$ la velocità risultante.

Ora, è noto che:

$$\vec{D}'_H = -\lambda\,(\vec{k} \wedge \vec{v}) \qquad [3]$$

dove $\vec{k}$ è il versore verticale e

$$\vec{G}'_H = -\frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H\, p_R \qquad [4]$$

dove ϱ è la densità e p_R è la pressione risultante.

Possiamo considerare $\vec{v}$ composto dal vento geostrofico $\vec{v}_g$ (noto) e dal vento isallobarico $\vec{v}_I$ (incognito), di modo che

$$\vec{v} = \vec{v}_g + \vec{v}_I \qquad [5]$$

D'altra parte, la pressione risultante p_R è composta dalla pressione p relativa al flusso geostrofico e dalla *pressione* $\partial p / \partial t$ dovuta alla sovrapposizione delle isallobare. In altre parole:

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial t}. \qquad [6]$$

Sostituendo la [5] e la [6] nella [3] e nella [4] e queste ultime nella [2], otteniamo:

$$-\lambda(\vec{k}\wedge\vec{v}_g) - \frac{1}{\varrho}\vec{\nabla}_H\, p - \lambda(\vec{k}\wedge\vec{v}_I) - \frac{1}{\varrho}\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{d\vec{v}_g}{dt} + \frac{d\vec{v}_I}{dt}\,. \qquad [7]$$

Questa equazione diventa:

$$-\lambda(\vec{k}\wedge\vec{v}_I) - \frac{1}{\varrho}\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial\vec{v}_g}{\partial t}\,. \qquad [8]$$

Infatti, i primi due termini nella [7] soddisfano alla seguente equazione relativa al vento geostrofico:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{\lambda\varrho}(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_H\, p) \qquad [9]$$

e, quindi, scompaiono; d'altra parte, supponiamo con Brunt e Douglas che $d\vec{v}_I/dt = 0$ e $\vec{\nabla}_H\,\vec{v}_g\times\vec{v}_g = 0$. In altri termini, trascuriamo l'accelerazione dovuta al vento isallobarico (secondo termine al secondo membro della [7] ed il termine avvettivo nello sviluppo della variazione individuale del vento geostrofico (primo termine al secondo membro della [7]).

Derivando l'equazione [9] parzialmente rispetto al tempo, otteniamo:

$$\frac{\partial\vec{v}_g}{\partial t} = \frac{1}{\lambda\varrho}\left(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}\right). \qquad [10]$$

Sostituendo la [10] nella [8]:

$$\lambda(\vec{k}\wedge\vec{v}_I) + \frac{1}{\varrho}\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\lambda\varrho}\left(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}\right). \qquad [11]$$

Isoliamo $\vec{v}_I$, moltiplicando vettorialmente la [11] per il versore $\vec{k}$. Ora, poichè risulta:

$$\vec{k}\wedge(\vec{k}\wedge\vec{v}_I) = -\vec{v}_I$$

e

$$\vec{k}\wedge\left(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}\right) = -\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}$$

otteniamo:

$$\vec{v}_I = \frac{1}{\lambda\varrho}\left(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}\right) - \frac{1}{\lambda^2\varrho}\vec{\nabla}_H\frac{\partial p}{\partial t}\,. \qquad [12]$$

Questa equazione mostra che il vento isallobarico (vettore) è composto da due vettori diretti rispettivamente lungo la tangente alle isallobare e lungo il gradiente isallobarico (vedi fig. 1).

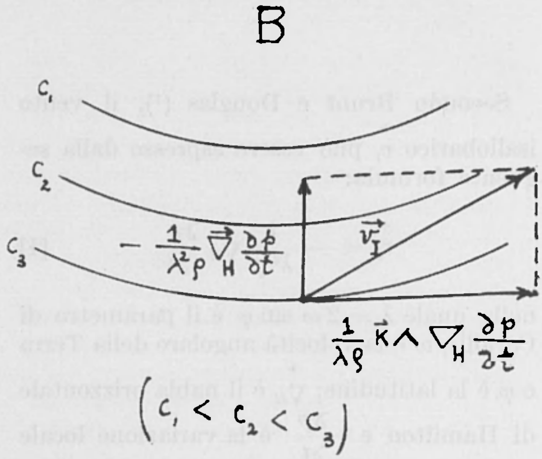

Fig. 1.

Indicando con α l'angolo fra il gradiente isallobarico ed il vento isallobarico (*angolo di deviazione*) risulta:

$$|\mathrm{tg}\,\alpha| = \lambda = 2\omega\sin\varphi \qquad [13]$$

Questo risultato è concorde con quello relativo ai moti geostrofici con attrito esterno, per i quali, come è noto, l'angolo di deviazione del vento reale è proporzionale al parametro λ.

RIASSUNTO

L'equazione del moto orizzontale, dovuto al vento geostrofico e ad un campo di isallobare, in forma vettoriale, conduce ad una espressione del vento isallobarico che può considerarsi come una soluzione intermedia fra quella fornita da Brunt e Douglas e quella di Ertel. L'angolo di deviazione del vento isallobarico dalla direzione del gradiente isallobarico risulta eguale al parametro di Coriolis. Questo risultato concorda, come ordine di grandezza, con quello relativo ai moti con attrito esterno.

ABSTRACT

By considering the horizontal equation of motion due to a superposition of isallobars on a geostrophic wind field, in vectorial form, an expression is obtained for the isallobaric wind which shows that Brunt and Douglas' formula and Ertel's formula for the isallobaric wind are limiting solutions. The deviation of the isallobaric wind from the direction of the isallobaric gradient is equal to the Coriolis parameter. This result is in agreement with the one relative to horizontal motion under external friction.

BIBLIOGRAFIA

(1) BRUNT, D., e DOUGLAS, C. K. M. Mem., *Roy. Met. Soc.*, v. 3, n. 22, 1928.

(2) BERSON, F. A., *Met. Zeit.*, v. 56, n. 329, 1939.

(3) MOLLER, F., e SIEBER, P., *Ann. Hydr.*, v. 65, n. 312, 1937.

(4) ERTEL, H., *Methoden und Probleme der dynamischen Meteorologie*, « Erg. Mathematisk und Grenzgebiete », v. 5, n. 3, Verlag J. Springer, Berlin, 1938.