

# EFFETTI DELL'ATTRITO INTERNO SULLA PROPAGAZIONE DELLE ONDE DI LOVE

PAOLO EMILIO VALLE

*Premessa.* — Le onde sismiche superficiali trasversali tangenziali di Love sono state, come è noto, oggetto di notevoli studi, soprattutto per la loro importanza come mezzo di ricerca della struttura della crosta terrestre.

Le teorie sviluppate tengono conto però soltanto di alcuni elementi che determinano le modalità della propagazione, come per es. il numero delle stratificazioni, mentre a questi si aggiunge la dissipazione dell'energia.

La presente nota contiene alcuni risultati di una ricerca eseguita appunto per valutare gli effetti della dissipazione dell'energia.

In prima approssimazione si è ritenuto sufficiente trattare il caso di un solo strato e considerare onde di Love piane.

Per l'impostazione della teoria sono state usate le ben note espressioni delle tensioni in mezzi che presentano attrito interno, le quali sembrano definire sufficientemente, dal punto di vista fenomenologico, il comportamento dei mezzi reali.

*Teoria.* — Nel solito riferimento cartesiano <sup>(1)</sup> conviene identificare il piano  $xy$  con la superficie libera e il piano  $z = -D$  con la superficie di separazione dei due mezzi a contatto; l'asse  $z$  è quindi rivolto verso l'esterno.

Se l'asse  $x$  è orientato nella direzione della propagazione, lo spostamento  $v$  sarà parallelo all'asse  $y$ .

Indicando con  $\rho_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\tau_1$ , rispettivamente la densità, la rigidità e la costante di tempo del mezzo superiore, con  $\rho_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\tau_2$  le analoghe grandezze del mezzo sottostante, lo spostamento dovrà soddisfare le equazioni

$$-D \quad [1]$$

$$[2]$$

Per  $z = -D$ , le condizioni di continuità impongono l'uguaglianza della tensione  $T_1$  e dello spostamento, mentre sulla superficie libera  $T_1$  deve annullarsi.

Inoltre lo spostamento nel secondo mezzo deve tendere a zero per  $z \rightarrow -\infty$ .

Se si considerano oscillazioni libere elementari, avuto riguardo alle predette condizioni e all'espressione della tensione

$$\begin{aligned} 0 \geq z \geq -D & \quad T_1 = \mu_1 \left( 1 + \tau_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial v}{\partial z} \\ z \leq -D & \quad T_1 = \mu_2 \left( 1 + \tau_2 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \quad [3]$$

lo spostamento nel mezzo superiore vale

$$v = A \cosh z \sqrt{f^2 - k_1} e^{j(pt - fx)} \quad [4]$$

e nel mezzo sottostante

$$v = A \cosh D \sqrt{f^2 - k_1} e^{(z+D)\sqrt{f^2 - k_1}} e^{j(pt - fx)} \quad [5]$$

dove  $A$  è una costante arbitraria, mentre

$$k_1 = \frac{\rho_1 P^2}{\mu_1 (1 + j \tau_1 p)} \quad , \quad k_2 = \frac{\rho_2 P^2}{\mu_2 (1 + j \tau_2 p)} \quad [6]$$

Del radicale  $\sqrt{f^2 - k_2}$  va presa la determinazione positiva della parte reale affinché  $v$  si annulli per  $z \rightarrow -\infty$ .

Le grandezze  $p$  ed  $f$  risultano legate dalla relazione

$$\frac{k_1 \rho_2 \sqrt{f^2 - k_2}}{k_2 \rho_1 \sqrt{f^2 - k_1}} + \operatorname{tanh} D \sqrt{f^2 - k_1} = 0 \quad [7]$$

Fissato  $D$  ed i parametri che definiscono il comportamento fisico dei due mezzi a contatto nei riguardi della propagazione delle onde di Love, occorre specificare quale delle due variabili  $p$  od  $f$  debba considerarsi indipendente.

Gli strumenti sismici registrano lo spostamento dovuto ad una perturbazione in moto rispetto agli strumenti stessi, in uno o più punti della superficie della terra, in funzione del tempo. Conseguenze che le grandezze fisiche connesse allo spostamento come l'ampiezza, la velocità di gruppo e il coefficiente di assorbimento, sono misurate

in funzione della frequenza (2), la quale viene assunta come variabile indipendente.

La [7] si deve pertanto esplicitare nella forma

$$f=f(p)$$

per ogni prefissato valore di  $D$  e per prefissati valori di  $\rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2, \tau_1, \tau_2$ .

Per una prima valutazione degli effetti derivanti dall'attrito interno, si può supporre  $\tau_1=\tau_2=\tau$ .

Con le posizioni

$$\begin{aligned} q &= \tau p \\ g &= \tau f \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} \\ D_1 &= \frac{D}{\tau} \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_1}} \end{aligned} \tag{8}$$

la [7] assume la forma

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_2 \mu_2}} \frac{\sqrt{g^2 \frac{\rho_1 \mu_2}{\rho_2 \mu_1} + \psi}}{\sqrt{\rho_1 \mu_1}} + \operatorname{tanh} D_1 \sqrt{g^2 + \psi} = 0 \tag{7'}$$

dove

$$\psi = -\frac{q^2}{1+jq} \tag{6'}$$

Dato che per le considerazioni precedenti  $p$  risulta reale, lo spostamento in superficie, ottenuto dalla [4] ponendo  $z = 0$ , diviene

$$v_0 = A(p) e^{-kx} e^{j\tau \left( t - \frac{x}{c} \right)} \tag{4'}$$

con evidente significato dei simboli.

Indicando con  $g_1$  la parte reale e con  $g_2$  il coefficiente dell'immaginario di  $g$ , con  $C$  la velocità di gruppo, si ha dalle posizioni [8]

$$\begin{aligned} c \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_1}} &= \frac{q}{g_1} \quad , \quad C \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_1}} = \frac{1}{\frac{d g_1}{d q}} \\ k \tau \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} &= g_2 \quad , \quad \frac{d k}{d p} \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = \frac{d g_2}{d q} \end{aligned} \tag{9}$$

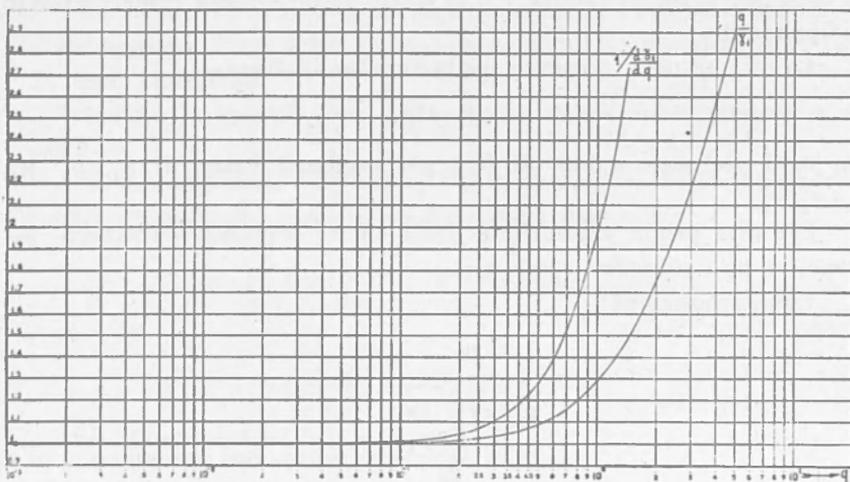


Fig. 1

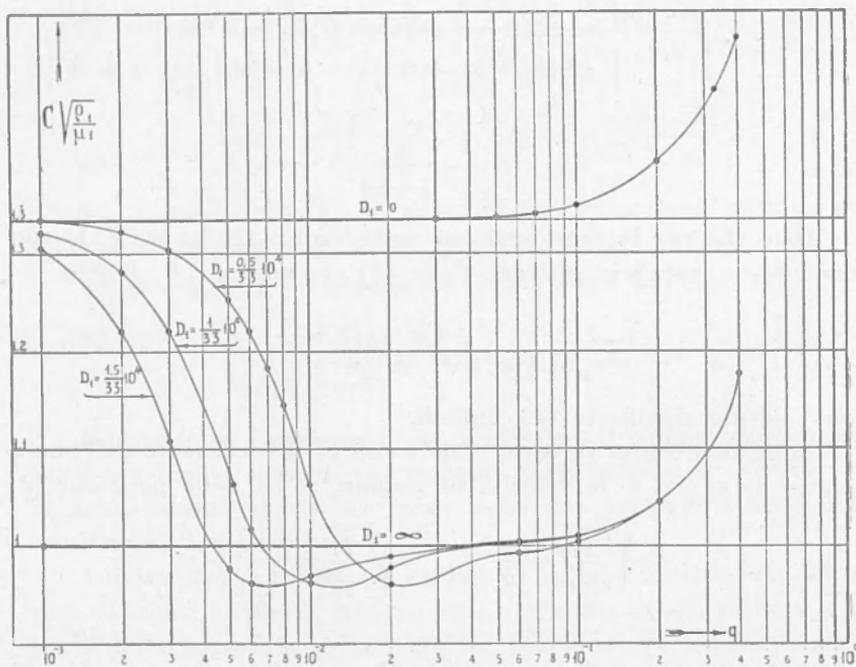


Fig. 2

Queste grandezze risultano funzioni di  $q$ ,  $D_1$ , e dei rapporti  $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ ,  $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ .

Per un'onda trasversale che si propaghi nel mezzo superiore o sottostante, considerati come indefiniti, si ottengono rispettivamente le condizioni

$$g^2 + \psi = 0$$

$$g^2 \frac{\rho_1 \mu_2}{\rho_2 \mu_1} + \psi = 0 \tag{10}$$

Dalla prima delle precedenti si ha

$$g = \gamma_1 - j \gamma_2$$

con

$$\gamma_1 = \frac{q}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sqrt{1+q^2} + 1}}{\sqrt{1+q^2}}$$

$$\gamma_2 = \frac{q}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sqrt{1+q^2} - 1}}{\sqrt{1+q^2}} \tag{11}$$

mentre nel secondo mezzo

$$g = (\gamma_1 - j \gamma_2) \sqrt{\frac{\rho_2 \mu_1}{\rho_1 \mu_2}}$$

La prima delle [11] mostra che, come è noto, le onde spaziali in un mezzo che presenti attrito interno, sono soggette a dispersione anomala.

Se  $q^2$  è sufficientemente piccolo rispetto all'unità, ossia se

$$p \ll \frac{1}{\tau}$$

risulta

$$\gamma_1 \simeq q$$

$$\gamma_2 \simeq \frac{q^2}{2} \tag{11'}$$

quindi per valori del periodo molto maggiori della costante di tempo, la dispersione non è sensibile ed il coefficiente di assorbimento è proporzionale al quadrato della frequenza.

Allo scopo di esplicitare la funzione  $g$  contenuta nella [7'] sono

stati assunti i rapporti

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{20}{9}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{5}{4} \quad [12]$$

ed è stata considerata la soluzione corrispondente ad onde di Love senza piani nodali nella teoria classica.

L'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo ha gentilmente provveduto al calcolo della funzione  $g$  e della sua derivata rispetto a  $q$ .

In corrispondenza dei valori di  $D_1$  pari a

$$\frac{0,5}{33} 10^4, \quad \frac{1}{33} 10^4, \quad \frac{1,5}{33} 10^4$$

sono stati calcolati una diecina di valori approssimati di  $g$  al variare di  $q$ .

*Dispersione e assorbimento.* — La velocità di fase è una funzione

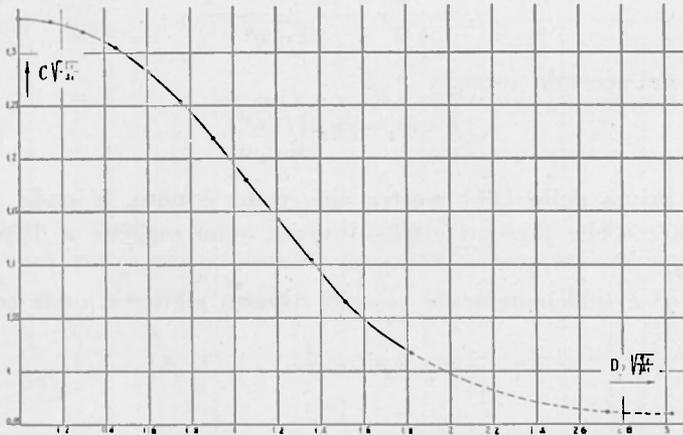


Fig. 3

di  $q$  e  $D_1$  e rimane compresa tra la velocità di fase di un'onda spaziale trasversale nel primo mezzo e l'analogia nel secondo mezzo.

Per un fissato valore di  $D_1$ , diminuisce al crescere di  $q$  (dispersione normale) fino a raggiungere un minimo, quindi cresce con  $q$  (dispersione anomala). L'effetto della stratificazione comporta la di-

spersione normale, mentre dall'attrito interno deriva la dispersione anomala.

Il minimo della velocità di fase stabilisce, per un fissato  $D_1$ , il valore di  $q$  per cui i due effetti si compensano.

Se  $q$  è minore di circa 0,02, la velocità di fase dipende con buona approssimazione dal solo prodotto

$$D_1 q = D_P \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_1}}$$

Quindi se il periodo è grande rispetto a  $\tau$ , l'attrito interno non influisce sensibilmente.

La velocità di gruppo ha un andamento analogo, però non rimane ovviamente compresa tra le velocità di gruppo relative ai due mezzi a contatto, ma presenta un minimo, funzione di  $D_1$  e  $q$ .

Entro il limite numerico fissato per la velocità di fase, anche la velocità di gruppo è sensibilmente dipendente dal solo prodotto  $D_1 q$ . La tabella II contiene la velocità di fase e di gruppo in funzione di  $q$  e  $D_1$ , mentre la tabella V gli analoghi valori approssimati in funzione di  $D_1 q$ .

Il coefficiente di assorbimento cresce con la frequenza tanto più rapidamente quanto maggiore è la frequenza stessa, come mostra la tabella III.

In prima approssimazione il rapporto  $k/k_\infty$ , dove con  $k_\infty$  si è indicato il coefficiente di assorbimento del mezzo superiore, dipende

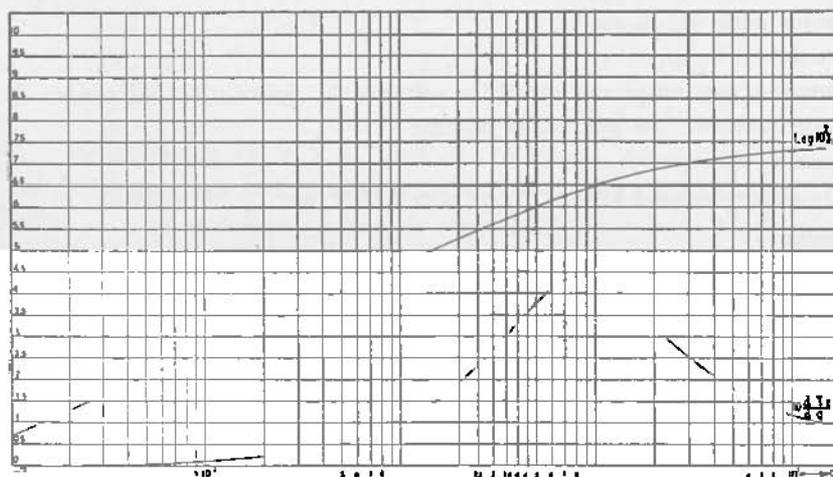


Fig. 4

dal solo prodotto  $D_1 q$  ed assume il massimo valore in corrispondenza del minimo della velocità di gruppo, relativo a periodi lunghi rispetto a  $\tau$ . Ciò potrebbe spiegare il fatto che le onde di Love non assumono generalmente il massimo di ampiezza per periodi corrispondenti al minimo della velocità di gruppo.

Non è inutile rilevare inoltre che per le onde spaziali se  $q > 0,8$  circa,  $dk/dp$  decresce. Questo andamento è di notevole importanza perchè detto valore di  $q$  separa press'a poco il campo delle frequenze sismiche dal campo delle frequenze acustiche, le quali rimangono con ampiezza sensibile soltanto in prossimità del centro di perturbazione. Se per es. si assume

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = 3,3 \text{ km sec}^{-1}, \quad \tau = 2.10^{-2} \text{ sec}, \quad D = 20 \text{ km}$$

risulta

$k=0,000268 \text{ km}^{-1}$	per	$T=20,9 \text{ sec}$
$k=0,000173 \text{ »}$	»	$T=25,1 \text{ »}$
$k=0,0000236 \text{ »}$	»	$T=62,8 \text{ »}$

valori che sono dell'ordine di grandezza di quelli osservati.

*Coefficiente di estinzione.* — Il coefficiente di estinzione con la profondità è dato, in base alla [5] dalla parte reale dell'espressione

$$\sqrt{f^2 - k_2}$$

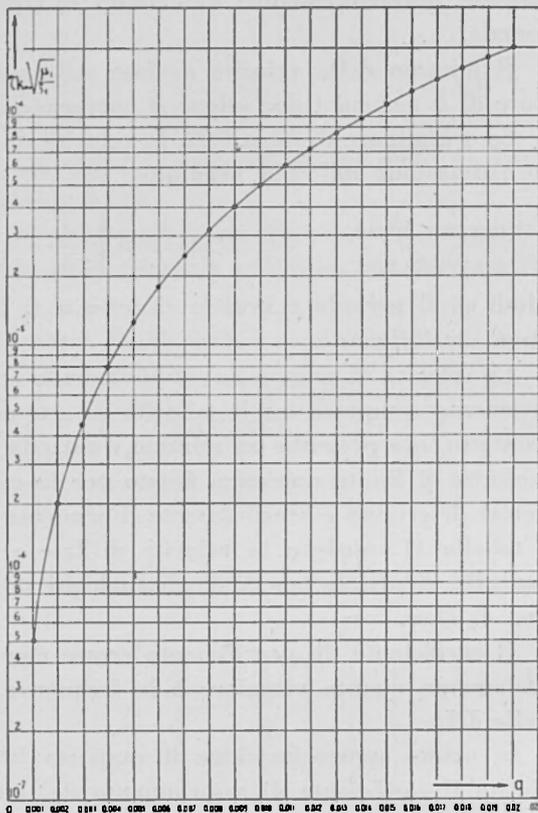


Fig. 5

che conviene scrivere nella forma

$$h - j h' \quad [13]$$

con  $h > 0$ .

Introducendo le posizioni [8] si ottiene

$$(h - j h) \tau \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{\rho_2 \mu_1}{\rho_1 \mu_2}} \sqrt{g^2 \frac{\rho_1 \mu_2}{\rho_2 \mu_1} + \psi} \quad [14]$$

e quindi  $h \tau \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}}$  risulta funzione di  $D_1$  e  $q$ .

In prima approssimazione però il prodotto

$$D_1 h \tau \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = h D \quad [15]$$

dipende sensibilmente dalla sola variabile  $D_1 q$ .

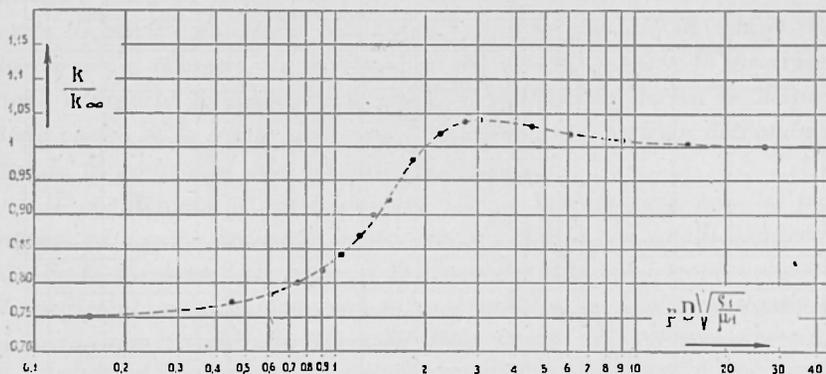


Fig. 6

Dalle tabelle IV e V si nota che  $h$  cresce approssimativamente col quadrato della frequenza e linearmente con lo spessore dello strato, se  $D_1 q$  si mantiene minore di circa 1,8.

Per valori di  $D_1 q$  maggiori di 1,8, cioè se la frequenza o lo spessore divengono troppo elevati,  $h$  tende a dipendere dalla sola frequenza.

Se si pone p. es.

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} = 3,3 \text{ km sec}^{-1} \quad , \quad D = 20 \text{ km}$$

la profondità, al disotto dello strato, alla quale le onde di Love riducono l'ampiezza dello spostamento ad  $1/e$ , è data da

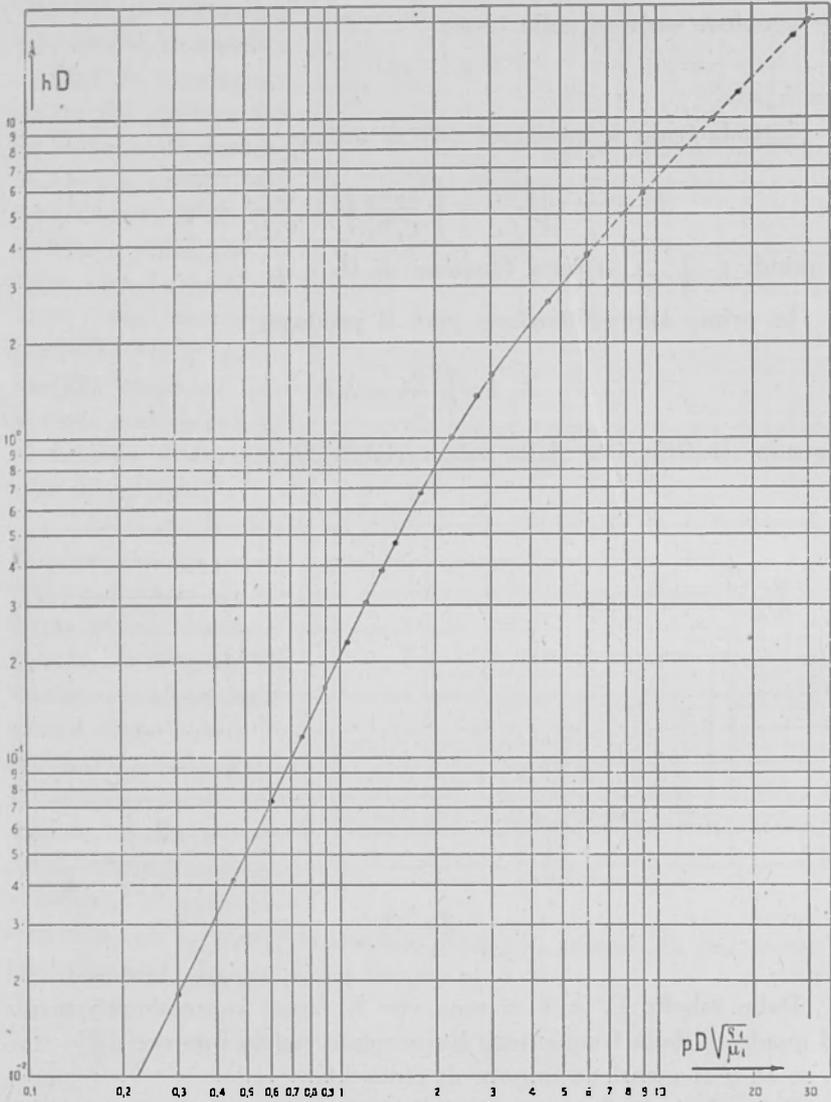


Fig. 7

$\frac{1}{h} \simeq 271 \text{ km}$	per	$T=62,8 \text{ sec}$
$\frac{1}{h} \simeq 42 \text{ ,}$	, ,	$T=25,1 \text{ ,}$
$\frac{1}{h} \simeq 29 \text{ ,}$	, ,	$T=20,9 \text{ ,}$

Una valutazione approssimata di  $1/h$ , se  $D_1 q$  è compreso fra 0,1 e 1,8 circa, può anche essere fatta mediante la relazione

$$\frac{1}{h} \simeq 0,125 \frac{T^2}{D} \frac{\mu_1}{\varrho_1} \quad \begin{array}{l} T \text{ in sec} \\ D \text{ » km} \\ \sqrt{\frac{\mu_1}{\varrho_1}} \text{ » km sec}^{-1} \end{array} \quad [16]$$

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Dicembre 1949.

### RIASSUNTO

Si espongono alcuni risultati conseguiti da una ricerca, tendente a valutare gli effetti della dissipazione dell'energia, sulla propagazione delle onde di Love. Mediante l'espressione delle tensioni in presenza di attrito interno e con l'ipotesi che la costante di tempo dei due mezzi a contatto sia identica, si mostra che mentre la stratificazione comporta la dispersione normale, dall'attrito deriva la dispersione anomala, la quale però non è sensibile se il periodo dell'onda è grande in confronto alla costante di tempo.

Il coefficiente di assorbimento cresce rapidamente con la frequenza ed assume ordini di grandezza in accordo con quelli osservati.

Se lo spessore dello strato o la frequenza non sono troppo elevati, il coefficiente di estinzione con la profondità è, in prima approssimazione, proporzionale allo spessore dello strato ed inversamente proporzionale al quadrato del periodo, mentre per spessori o frequenze elevate tende a dipendere dal solo periodo.

### BIBLIOGRAFIA

- (1) VALLE P. E.: *Sulle onde di Love*. Annali di Geofisica I, 360-363 (1948).  
 (2) VALLE P. E.: *Sulla misura della velocità di gruppo delle onde sismiche superficiali*. Annali di Geofisica II, 370-376 (1949).

TABELLA I

$q$	$q/\gamma_1$	$1 / \frac{d\gamma_1}{dq}$	$\gamma_1$	$\frac{d\gamma_1}{dq}$
0,0 <sup>2</sup> 1	1,0000	1,0000	0,0 <sup>6</sup> 5000	0,0 <sup>2</sup> 1000
0,0-2	1,0000	1,0000	0,0 <sup>5</sup> 2000	0,0 <sup>2</sup> 2000
0,0 <sup>2</sup> 3	1,0000	1,0000	0,0 <sup>7</sup> 4500	0,0 <sup>2</sup> 3000
0,0 <sup>2</sup> 5	1,0000	1,0000	0,0 <sup>4</sup> 1250	0,0 <sup>2</sup> 5000
0,0 <sup>2</sup> 6	1,0000	1,0000	0,0 <sup>4</sup> 1800	0,0 <sup>2</sup> 6000
0,0 <sup>2</sup> 7	1,0000	1,0000	0,0 <sup>4</sup> 2450	0,0 <sup>2</sup> 7000
0,0 <sup>2</sup> 8	1,0000	1,0000	0,0 <sup>4</sup> 3200	0,0 <sup>2</sup> 8000
0,010	1,0000	1,0001	0,0 <sup>4</sup> 5000	0,01000
0,014	1,0001	1,0002	0,0 <sup>4</sup> 9799	0,01400
0,020	1,0001	1,0004	0,0 <sup>3</sup> 1999	0,01999
0,030	1,0003	1,0010	0,0 <sup>3</sup> 4497	0,02997
0,040	1,0006	1,0018	0,0 <sup>3</sup> 7992	0,03992
0,060	1,0013	1,0040	0,0 <sup>2</sup> 1796	0,05973
0,100	1,0037	1,0112	0,0 <sup>2</sup> 4969	0,09876
0,200	1,0148	1,0448	0,01951	0,1904
0,300	1,0327	1,1004	0,04263	0,2695
0,400	1,0569	1,1771	0,07289	0,3328
0,600	1,1206	1,3893	0,1483	0,4113
0,800	1,1992	1,6672	0,2340	0,4388
1,000	1,2872	1,9912	0,3218	0,4356
1,400	1,4752	2,6957	0,4884	0,3937
2,000	1,7579	3,6900	0,7031	0,3247
3,000	2,1920	4,9607	0,9864	0,2493
5,000	2,9199	6,6301	1,4038	0,1787
8,000	3,7875	8,3541	1,8646	0,1346
14,000	5,1190	10,9042	2,5465	0,09835
20,000	6,1762	12,9338	3,0804	0,08124

TABELLA II

$q$	$D_1 = 0$		$D_1 = \frac{0,5}{33} 10^4$		$D_1 = \frac{1}{33} 10^4$		$D_1 = \frac{1,5}{33} 10^4$		$D_1 = \infty$	
	$c \sqrt{\frac{Q_1}{\mu_1}}$									
	0,021	1,3333	1,3323	1,3302	1,3291	1,3206	1,3237	1,3046	1,0000	1,0000
0,022	1,3333	1,3291	1,3206	1,3161	1,2821	1,2940	1,2197	1,0000	1,0000	1,0000
0,023	1,3333	1,3237	1,3046	1,2940	1,2197	1,2466	1,1046	1,0000	1,0000	1,0000
0,025	1,3333	1,3062	1,2535	1,2310	1,0653	1,1465	0,9751	1,0000	1,0000	1,0000
0,026	1,3333	1,2940	1,2197	1,1928	1,0168	1,1121	0,9615	1,0000	1,0000	1,0000
0,027	1,3333	1,2800	1,1819	—	—	—	—	1,0000	1,0000	1,0000
0,028	1,3333	1,2640	1,1428	—	—	—	—	1,0000	1,0000	1,0000
0,01	1,3333	1,2311	1,0654	1,0948	0,9596	1,0472	0,9693	1,0000	1,0001	1,0001
0,02	1,3334	1,0949	0,9599	1,0281	0,9794	1,0133	0,9894	1,0001	1,0004	1,0004
0,06	1,3350	1,0145	0,9929	1,0048	1,0008	1,0029	1,0025	1,0013	1,0040	1,0040
0,1	1,3382	1,0097	1,0046	1,0052	1,0097	1,0044	1,0106	1,0037	1,0112	1,0112
0,2	1,3530	1,0162	1,0432	1,0151	1,0444	1,0149	1,0447	1,0148	1,0448	1,0448
0,4	1,4092	1,0573	1,1767	1,0570	1,1770	1,0569	1,1771	1,0569	1,1771	1,1771

TABELLA III

$q$	$D_1 = 0$		$D_1 = \frac{0,5}{33} 10^4$		$D_1 = \frac{1}{33} 10^4$		$D_1 = \frac{1,5}{33} 10^4$		$D_1 = \infty$	
	$\tau k \sqrt{\frac{\mu_1}{Q_1}}$	$\frac{dk}{dp} \sqrt{\frac{\mu_1}{Q_1}}$								
0,021	0,06375	0,03750	0,06376	0,03754	0,06379	0,03764 <sub>5</sub>	0,06383	0,03783	0,06500	0,02100
0,022	0,05150	0,02150	0,05151	0,02153	0,05156	0,02162	0,05164	0,02178	0,05200	0,02200
0,023	0,05337 <sub>5</sub>	0,02225	0,05345	0,02235	0,05369	0,02268	0,05407	0,02312	0,05450	0,02300
0,025	0,05037	0,02375	0,05097	0,02424	0,05114	0,02552	0,05128	0,02544	0,05125	0,02500
0,026	0,04135	0,02450	0,04148	0,02536	0,04177	0,02663	0,04187	0,02635 <sub>5</sub>	0,04180	0,02600
0,027	0,04184	0,02525	0,04207	0,02660	—	—	—	—	0,04245	0,02700
0,028	0,04240	0,02600	0,04280	0,02796	—	—	—	—	0,04320	0,02800
0,01	0,04375	0,02750	0,04458	0,0110	0,04521	0,0104	0,04516	0,0101	0,04500	0,0100
0,02	0,03150	0,0150	0,03208	0,0209	0,03204	0,0201	0,03202	0,0200	0,03200	0,0200
0,06	0,02135	0,0448	0,02182	0,0598	0,02180	0,0597	0,02180	0,0597	0,02180	0,0597
0,1	0,02373	0,0741	0,02500	0,0987	0,02498	0,0988	0,02497	0,0988	0,02497	0,0988
0,2	0,0146	0,0143	0,0195	0,190	0,0195	0,190	0,0195	0,190	0,0195	0,190
0,4	0,0547	0,250	0,0729	0,333	0,0729	0,333	0,0729	0,333	0,0729	0,333

$$\tau \sqrt{\frac{\mu_1}{Q_1}} \sqrt{f^2 - k_s}$$

TABELLA IV

$q$	$D_1 = \frac{0,5}{33} 10^4$	$D_1 = \frac{1}{33} 10^4$	$D_1 = \frac{1,5}{33} 10^4$
0,0 <sup>2</sup> 1	0,0 <sup>4</sup> 299 --- j0,07299	0,0 <sup>4</sup> 600 --- j0,07603	0,0 <sup>4</sup> 905 --- j0,07915
0,0 <sup>2</sup> 2	0,0 <sup>3</sup> 120 --- j0,0 <sup>6</sup> 241	0,0 <sup>3</sup> 243 --- j0,0 <sup>6</sup> 495	0,0 <sup>3</sup> 372 --- j0,0 <sup>6</sup> 769
0,0 <sup>2</sup> 3	0,0 <sup>3</sup> 271 --- j0,0 <sup>6</sup> 823	0,0 <sup>3</sup> 559 --- j0,0 <sup>6</sup> 173	0,0 <sup>3</sup> 853 --- j0,0 <sup>6</sup> 259
0,0 <sup>2</sup> 5	0,0 <sup>3</sup> 768 --- j0,0 <sup>5</sup> 394	0,0 <sup>2</sup> 156 --- j0,0 <sup>5</sup> 727	0,0 <sup>2</sup> 223 --- j0,0 <sup>5</sup> 932
0,0 <sup>2</sup> 6	0,0 <sup>2</sup> 112 --- j0,0 <sup>5</sup> 684	0,0 <sup>2</sup> 225 --- j0,0 <sup>4</sup> 126	0,0 <sup>2</sup> 298 --- j0,0 <sup>4</sup> 135
0,0 <sup>2</sup> 7	0,0 <sup>2</sup> 153 --- j0,0 <sup>4</sup> 110	—	—
0,0 <sup>2</sup> 8	0,0 <sup>2</sup> 201 --- j0,0 <sup>4</sup> 165	—	—
0,01	0,0 <sup>2</sup> 312 --- j0,0 <sup>4</sup> 291	0,0 <sup>2</sup> 521 --- j0,0 <sup>4</sup> 373	0,0 <sup>2</sup> 591 --- j0,0 <sup>4</sup> 358
0,02	0,0104 --- j0,0 <sup>3</sup> 149	0,0124 --- j0,0 <sup>3</sup> 139	0,0128 --- j0,0 <sup>3</sup> 136
0,06	0,0384 --- j0,0 <sup>2</sup> 122	0,0393 --- j0,0 <sup>2</sup> 120	0,0395 --- j0,0 <sup>2</sup> 119
0,1	0,0650 --- j0,0 <sup>2</sup> 334	0,0657 --- j0,0 <sup>2</sup> 330	0,0658 --- j0,0 <sup>2</sup> 329
0,2	0,130 --- j0,0129	0,130 --- j0,0129	0,130 --- j0,0129
0,4	0,250 --- j0,0482	0,250 --- j0,0482	0,250 --- j0,0482

TABELLA V

$p D \sqrt{\frac{Q_1}{\mu_1}}$	$c \sqrt{\frac{Q_1}{\mu_1}}$	$C \sqrt{\frac{Q_1}{\mu_1}}$	$\frac{k}{k_\infty}$	$h D$
0,0000	1,3333	1,3333	0,75	0,0000
0,1515	1,3323	1,3302	0,75	0,0 <sup>2</sup> 453
0,3030	1,3291	1,3206	0,76	0,0182
0,4545	1,3237	1,3046	0,77	0,0411
0,6061	1,3161	1,2821	0,78	0,0736
0,7576	1,3062	1,2535	0,80	0,116
0,9091	1,2940	1,2197	0,82	0,169
1,0606	1,2800	1,1819	0,84	0,232
1,2121	1,2640	1,1428	0,87	0,305
1,3636	1,2466	1,1046	0,90	0,387
1,5151	1,2311	1,0654	0,92	0,473
1,8182	1,1928	1,0168	0,98	0,682
2,2727	1,1465	0,9751	1,02	1,01
2,7273	1,1121	0,9615	1,04	1,35
3,0303	1,0948	0,9596	1,04	1,58
4,5454	—	—	1,03	2,69
6,0606	—	—	1,02	3,76
9,0909	—	—	1,01	5,82
15,1515	—	—	1,00	9,85
18,1818	—	—	1,00	12