

MAGNITUDO ED ENERGIA DEI TERREMOTI IN ITALIA

D. DI FILIPPO - L. MARCELLI

Il concetto di « Magnitudo » di un sisma, come è noto, risale al 1935 e fu introdotto da C. F. Richter (1), il quale definisce questa grandezza come il logaritmo della massima ampiezza, espressa in micron, con cui un sismometro a torsione standard a corto periodo, registrerebbe quel terremoto ad una distanza di 100 km.

In una nota precedente (2), ci siamo preoccupati di stabilire una formula che permettesse di calcolare la Magnitudo dei terremoti lontani di profondità normale, così come vengono registrati nella stazione sismica di Roma, e poiché tale determinazione si basa essenzialmente sulle onde superficiali di periodo intorno ai 20 sec. è ovvio che tale metodo non è applicabile ai terremoti vicini. Sco-

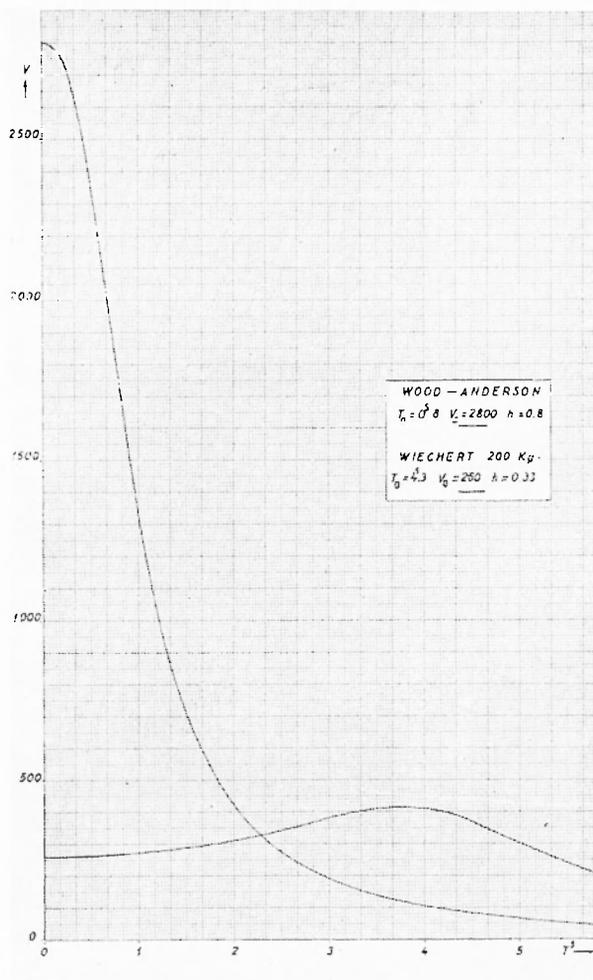


Fig. 1

TABELLA I

Data	Epicentro	Roma		Salo		Bologna		Firenze		Padova	
		Δ_{km}	M	Δ_{km}	M	Δ_{km}	M	Δ_{km}	M	Δ_{km}	M
13-VI-1948	S. Sepolcro } $\varphi = 41^{\circ},5$ N } $\lambda = 16^{\circ}$ E	200	4,34	260	4,64	120	4,47	—	—	—	—
18-VIII-1948		300	4,91	(690)	5,65	530	5,60	470	5,32	—	—
21-VIII-1948	} $\varphi = 41,6$ N } $\lambda = 15,3$ E	280	4,95	620	5,31	480	5,47	470	5,32	515	5,60
22-VIII-1948		295	5,20	620	5,45	540	5,57	450	5,08	—	—
13-XI-1948	} $\varphi = 40,9$ N } $\lambda = 8,9$ E	300	4,17	520	4,75	400	5,01	390	4,58	—	—
15-XI-1948		M. Amiata	150	2,61	—	—	160	2,87	100	2,71	—
17-XII-1948	} $\varphi = 46,6$ N } $\lambda = 12,9$ E	75	4,09	380	4,46	230	4,23	200	3,78	330	3,89
31-XII-1948		70	4,94	395	4,98	—	—	—	200	4,46	—
9-III-1949	} $\varphi = 44,1$ N } $\lambda = 11,4$ E	260	3,34	185	3,93	50	3,40	37	3,52	160	3,76
27-X-1949		88	4,16	(367)	(3,74)	250	4,02	160	3,82	314	4,22

po del presente lavoro è quindi la ricerca di una formula mediante la quale si possa calcolare la magnitudo dei terremoti vicini; dalla conoscenza di questa passeremo poi al computo dell'energia associata ad ogni terremoto. Questo ci permetterà, in un secondo tempo, di esaminare la situazione sismica dell'Italia, zona, come è noto, molto attiva.

Anche il problema dei terremoti vicini è stato affrontato da Richter e, poco più tardi, da Richter e Gutenberg (²): naturalmente il loro studio si riferisce alla California, e siccome sia Pasadena che le stazioni secondarie della California sono fornite dei sismografi Wood-Anderson di cui Richter si serve per dare la definizione di Magnitudo, della definizione stessa si servono per il calcolo di M ; ed M è ovviamente il logaritmo del rapporto tra l'ampiezza della scossa in esame e quella della scossa standard, per la stessa distanza epicentrale.

In ogni stazione della rete sismica italiana è collocata invece almeno una coppia di sismografi Wiechert, la cui componente orizzontale ha una massa di 200 kg, e le cui caratteristiche strumentali sono ben diverse da quelle del Wood-Anderson, come viene messo in evidenza dalla fig. 1, nella quale, accanto alla curva d'ingrandimento del sismografo a torsione, è stata rappresentata quella del 200 kg Wiechert della stazione di Roma.

Abbiamo quindi ritenuto opportuno assumere per l'Italia questo strumento come standard, ai fini della determinazione della Magnitudo dei terremoti vicini.

A tale scopo, scelto un gruppo di terremoti ben registrati nelle varie stazioni italiane, e dei quali era stato precedentemente determinato l'epicentro, se ne sono calcolate le M , adoperando la formula dedotta dalla definizione di Magnitudo,

$$M = \log B - \log b, \quad [1]$$

dove B rappresenta la componente orizzontale dello spostamento massimo registrato sul sismogramma, espresso in mm, e il b è l'analogo di B per una scossa di Magnitudo zero alla stessa distanza epicentrale. Ma poiché nella [1] il B è relativo al sismografo Wood-Anderson, essa è stata modificata nella seguente formula:

$$M = \log \left(A \cdot \frac{V_0}{\sqrt{\left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 - 1 \right]^2 + 4h^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)^2}} \right) - \log b = \log A + \log V_0 - \frac{1}{2} \log \left\{ \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 - 1 \right]^2 + 4h^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right\} - \log b \quad [2]$$

Nella [2] A rappresenta lo spostamento reale del suolo (in mm), V_0 , T_0 ed h sono le costanti strumentali del Wood-Anderson, T è il periodo dell'onda in esame. Quanto a $\log b$, ci siamo serviti della tabella data da Richter nella sua prima nota.

Mediante la precedente espressione, ci siamo calcolati la tabella I.

La maggior parte dei terremoti scelti si riferisce all'anno 1948: ci siamo limitati alle sole stazioni dell'Italia centro-settentrionale perché il loro funzionamento è, nel periodo considerato, il più sicuro.

Nella tabella II sono riportate le medie delle M e i relativi scarti di ogni stazione.

TABELLA II

Data	M	Roma	Salò	Bologna	Firenze	Padova
13-V-1948	4,48	-0,14	+0,16	-0,01	--	--
18-VIII-1948	5,37	-0,46	+0,28	+0,23	-0,05	--
21-VIII-1948	5,33	-0,38	-0,02	+0,11	-0,01	+0,27
22-VIII-1948	5,33	-0,13	+0,12	+0,21	-0,25	--
13-XI-1948	4,63	-0,46	+0,12	+0,38	-0,05	--
15-XI-1948	2,73	-0,12	--	+0,14	-0,02	--
17-XII-1948	4,09	0,00	+0,37	+0,14	-0,31	-0,20
31-XII-1948	4,79	+0,15	+0,19	--	-0,33	--
9-III-1949	3,59	-0,25	+0,31	-0,19	-0,07	+0,17
27-X-1949	3,99	+0,17	-0,25	+0,03	-0,17	+0,23
Medie degli scarti		-0,192	+0,146	+0,122	-0,140	+0,117

Nell'ultima riga della tabella II sono riportati gli scarti medi per ogni stazione, cosicché l'uniformità del valore di M per ogni terremoto in tutta la rete sismica, si otterrà quando al valore calcolato nel modo suddetto in una data stazione, si toglierà l'errore ε calcolato nella tabella II.

Allo scopo di tarare il Wiechert 200 kg si è che la formula [1] sia applicabile con un B ed un b relativi a questo sismografo, abbiamo scelto un gruppo di 25 terremoti vicini e ce ne siamo calcolate le Magnitudini servendoci della formula [2]. Il lavoro essendo stato fatto per la stazione sismica di Roma, i valori ottenuti sono stati corretti secondo la

$$M = M \text{ calcolata} + 0,192$$

Di alcuni di questi terremoti era stata precedentemente calcolata

la profondità ipocentrale h : per tutti gli altri si è assunto per essa il valore medio di $h = 20$ km. Ciò allo scopo di trovare per ogni terremoto la distanza ipocentrale $D = \sqrt{\Delta^2 + h^2}$ della quale ci siamo serviti per determinare anche noi, come Gutenberg e Richter (²), la funzione

$$\log B = M + 2 \log D \quad [3]$$

che compare nella tabella III.

Come si vede, i risultati ottenuti sono, con discreta approssimazione, costanti per tutte le distanze: la media risulta essere 0,888.

Si potrà allora scrivere

$$\log B = M + 2 \log D = 0,888 \quad [4]$$

ossia, tenendo presente che

$$\log B = M = \log b$$

si ha

$$\log b = 0,888 - 2 \log D \quad [5]$$

Come caso particolare osserviamo che all'epicentro, essendo $D = h = 20$ km la [5] diventa:

$$\log b_0 = -1,714 \quad [6]$$

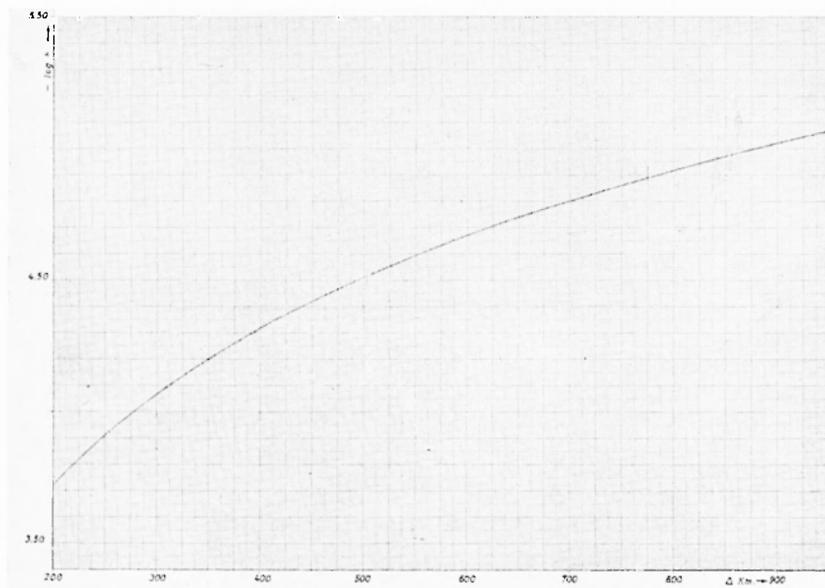


Fig. 2

TABELLA III

N.	Data	Δ_{km}	M	log B	D in km	$2 \log D$ + log B - M	A μ	T	a μ/sec^2	a_0 cm/sec^2
1	8-X-1941	48,5	4,692	1,771	49,52	0,469	—	—	—	—
2	31-XII-1948	70	5,132	1,793	72,80	0,385	201,4	1*6	3103,00	4,111
3	17-XII-1948	75	4,282	1,365	77,62	0,863	62,2	2,5	377,55	0,568
4	9-X-1949	85	2,412	1,802	87,32	1,272	1,3	3,5	4,34	0,008
5	27-X-1949	88	4,352	1,539	90,24	1,098	84,7	2,9	390,30	0,795
6	7-VIII-1949	95	3,092	0,017	97,08	0,899	2,9	2,4	18,99	0,045
7	3-XI-1941	122	4,292	0,843	123,63	0,735	48,4	3,2	186,37	0,712
8	16-X-1940	125	4,392	1,054	129,28	0,885	92,8	3,8	245,89	0,377
9	19-VI-1940	126,5	5,012	0,382	128,07	0,785	26,1	3,0	114,37	0,468
10	15-XI-1948	150	2,802	1,639	151,33	1,197	1,1	2,9	4,80	0,027
11	13-VI-1948	200	4,532	1,231	201,00	1,305	41,8	3,3	146,74	1,480
12	11-II-1939	251	5,172	0,862	251,96	0,493	53,3	2,4	349,91	4,591
13	9-III-1949	260	3,532	1,947	260,77	1,252	2,0	3,3	7,24	0,123
14	24-X-1949	260	3,702	1,841	260,77	0,972	1,9	2,6	10,85	0,185
15	21-VII-1948	280	5,142	1,127	280,71	0,882	31,1	2,0	306,91	6,046
16	22-VIII-1948	295	5,392	1,294	295,68	0,844	54,7	2,4	359,59	7,859
17	18-VIII-1948	300	5,102	1,329	300,67	1,131	47,9	3,3	173,63	3,923
18	13-XI-1943	300	4,362	0,558	300,67	1,150	8,4	3,2	32,49	0,734
19	15-X-1939	319	5,412	1,111	320,06	0,709	103,2	3,9	280,55	4,251
20	27-IX-1943	530	4,742	1,911	530,38	0,618	2,1	2,6	12,53	0,879
21	25-I-1946	640	6,002	1,354	640,31	0,965	101,9	5,6	131,97	13,527
22	14-VII-1949	680	5,472	0,507	680,29	0,700	7,7	3,1	32,64	3,772
23	22-IV-1948	735	6,372	1,491	735,27	0,852	66,9	3,6	203,68	27,529
24	30-VI-1948	780	6,622	1,604	780,26	0,766	88,4	3,4	301,57	45,904
25	5-X-1949	900	4,532	1,547	900,22	0,924	—	—	—	—

Della [5] ci serviamo per costruire la tabella IV che dà il valore di $\log b$ in funzione della distanza epicentrale. Per distanze superiori ai 200 km vale il grafico della fig. 2. La relazione che intercorre tra b e Δ risulta essere con buona approssimazione, almeno per $\Delta > 300$ km, la seguente:

$$b = 7,71 \Delta^{-2}; \quad [7]$$

avremo dunque per il calcolo di M , la solita espressione

$$M = \log B - \log b - \varepsilon \quad [8]$$

TABELLA IV

Δ km	$\log b$	Δ	$\log b$	Δ	$\log b$
0	-1,71	85	-2,99	240	-3,88
5	-1,74	90	-3,04	250	-3,91
10	-1,81	95	-3,09	260	-3,95
15	-1,91	100	-3,13	270	-3,98
20	-2,01	110	-3,21	280	-4,01
25	-2,12	120	-3,28	290	-4,04
30	-2,23	130	-3,35	300	-4,07
35	-2,32	140	-3,41	310	-4,10
40	-2,41	150	-3,47	320	-4,12
45	-2,50	160	-3,53	330	-4,15
50	-2,57	170	-3,58	340	-4,18
55	-2,65	180	-3,63	350	-4,20
60	-2,71	190	-3,67	360	-4,23
65	-2,78	200	-3,72	370	-4,25
70	-2,84	210	-3,76	380	-4,27
75	-2,89	220	-3,80	390	-4,30
80	-2,91	230	-3,84	400	-4,32

dove però questa volta B rappresenta la componente orizzontale del massimo spostamento (in mm) registrato da un sismografo Wiechert ± 100 kg avente le caratteristiche risultanti dalla fig. 1, ed il $\log b$ è dato dalla [5].

Energia dei terremoti in Italia. — Per giungere a poter computare l'energia sviluppata da un terremoto, ci serviremo della Magnitudo. Premettiamo subito che i risultati cui si perverrà, non potranno essere rigorosamente esatti, dati gli attributi poco teorici e molto sperimentali che competono alla Magnitudo. Comunque questo potrà costituire un primo tentativo per risalire, dall'esame di un sismogramma, ad una determinazione, sia pure grossolana, dell'energia.

Anche questo problema è stato affrontato per la prima volta da Gutenberg e Richter (2), per quanto riguarda i terremoti californiani.

E' noto che se si suppone che l'energia sviluppata giunga all'epicentro essenzialmente come una serie di onde sinusoidali, uguali, di velocità costante v , l'energia cinetica media associata ad un gruppo di onde massime che si propagano per un tempo t_0 , e contenuta in uno strato sferico di volume $4\pi h^2 v t_0 \varrho$ è la seguente:

$$E = 4\pi^3 h^2 v t_0 \varrho \left(\frac{A_0}{T_0} \right)^2 \quad [9]$$

Nella [9] h è la profondità ipocentrale, ϱ la densità media dello strato, A_0 e T_0 rispettivamente l'ampiezza ed il periodo dell'onda.

Supponiamo altresì che valga la relazione seguente che lega la massima accelerazione del suolo a_0 all'ampiezza ed al periodo dell'onda

$$a_0 = \frac{4\pi^2}{T_0^2} A_0 \quad ; \quad [10]$$

la [9] diventa

$$E = \frac{1}{4\pi} h^2 v t_0 \varrho a_0^2 T_0^2 \quad , \quad [9']$$

e poiché h e v in genere sono misurati in km e km/sec, mentre a_0 è in cm/sec², il II membro della [9'] va moltiplicato per 10^{15} , affinché sia espresso tutto nella stessa unità di misura. Cioè

$$E = 10^{15} \frac{1}{4\pi} v \varrho h^2 t_0 a_0^2 T_0^2$$

da cui

$$\log E = 13.901 + \log v + \log \varrho + 2 \log h + \log t_0 + 2 \log a_0 + 2 \log T_0 \quad [11]$$

Il valore medio di h , come si è detto, è per l'Italia di 20 km; a questa profondità la densità media è circa $\varrho = 3$, mentre la velocità media delle onde di Love è circa $v = 3.2$ km/sec.

Allora la [11] si scrive

$$\log E = 17.435 + \log t_0 + 2 \log a_0 + 2 \log T_0 \quad [12]$$

Nello scrivere l'equazione [12] e nel ritenere che essa rappresenti l'energia liberata all'ipocentro, si è supposto che l'assorbimento delle onde superficiali da parte del mezzo sia del tutto trascurabile; in effetti, ai fini della presente ricerca, l'ipotesi fatta si può ritenere senz'altro attendibile.

Per quello che riguarda i termini t_0 , a_0 , T_0 che compaiono nella [12], occorre esprimerli tutti in funzione della Magnitudo.

Quanto al termine t_0 , Gutenberg e Richter ne danno la seguente espressione

$$\log t_0 = -0,7 + 1/3 M ; \quad [13]$$

e poiché il contributo di questo termine risulta piccolo rispetto agli altri valori che compaiono nella [12], ed una eventuale correzione della [13] modificherebbe il risultato finale in maniera assolutamente trascurabile, ammettiamo tale relazione valida anche per la nostra zona.

Tra a_0 ed M , Gutenberg e Richter rilevano che sussiste una relazione della forma seguente:

$$M = 2,2 + 1,3 \log a_0 \quad [14]$$

dove a_0 si esprime attraverso la massima accelerazione a del suolo con la formula

$$a_0 = a \cdot D^2/h^2 \quad [15]$$

ed a a sua volta è data dalla

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} A^2, \quad [10']$$

uguale alla [10] ma riferita, anziché all'epicentro, alla stazione di osservazione.

E allora, calcolate le (10') e le (15) per ogni terremoto considerato (i valori compaiono nelle ultime colonne della tabella III) conoscendo la Magnitudo delle scosse, abbiamo impiantato un sistema di 23 equazioni che, risolto col metodo dei minimi quadrati, ha portato ai seguenti valori per i coefficienti della [14] relativi alla zona in esame

$$\begin{cases} x = 1,57132 \\ y = 1,11566 \end{cases}$$

sicché la [14] diventa

$$M = 1,571 + 1,116 \log a_0 \quad [16]$$

ossia

$$2 \log a_0 = 1,793 M - 8,195 \quad [17]$$

La fig. 3 mostra l'andamento della [16]: gli scarti dei punti calcolati non sono troppo forti, come risulta dal grafico. Dei 25 terremoti della tabella III ne abbiamo considerato solo 23, come si è detto:

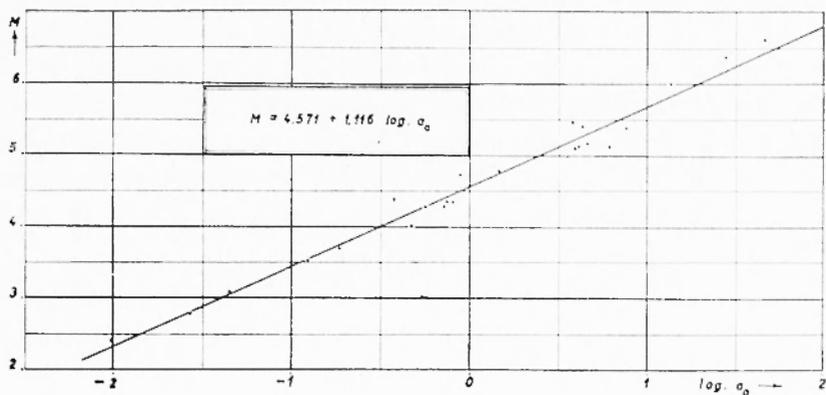


Fig. 3

abbiamo cioè escluso il primo e l'ultimo che si scostavano troppo dalla media.

Rimane infine, per poter esprimere la [12] in termini di Magnitudo, da trovare una espressione di T_0 in funzione di M .

T_0 è ovviamente molto piccolo, sicché si può senz'altro supporre che l'ingrandimento del Wiechert 200 kg sia in questo caso l'ingrandimento statico e cioè $V_0 = 260$.

Allora, riprendiamo la [10]

$$a_0 = \frac{4 \pi^2}{T_0^2} A_0 \quad ; \quad [10]$$

siccome A_0 è il massimo spostamento del suolo all'epicentro (in cm), essendo B_0 corrispondente al massimo spostamento (in mm) sul Wiechert 200 kg, sarà

$$A_0 = \frac{B_0}{V_0} \frac{1}{10}$$

e questo valore, sostituito nella [10] conduce a

$$a_0 = \frac{4 \pi^2 B_0}{T_0^2 V_0} \frac{1}{10} \quad ,$$

ossia

$$B_0 = 2600 \frac{T_0^2}{4 \pi^2} a_0 \quad ,$$

cioè,

$$\log B_0 = 1,819 + 2 \log T_0 + \log a_0 \quad [18]$$

Dalla definizione di Magnitudo

$$\log B - M = \log b$$

si ha, all'epicentro

$$\log B_0 = M + \log b_0$$

ma d'altra parte avevamo trovato per $\log b_0$ il valore $-1,714$ (dato dalla [6]), sicché la [18] si scrive

$$M - 1,714 = 1,819 + 2 \log T_0 + \log a_0 ,$$

ossia, tenendo conto anche della [17],

$$2 \log T_0 = M - 3,533 - \frac{1}{1,116} (M = 4,571) ,$$

cioè

$$2 \log T_0 = 0,104 M + 0,564 . \quad [19]$$

Abbiamo ora tutti gli elementi necessari per esprimere l'energia svi-

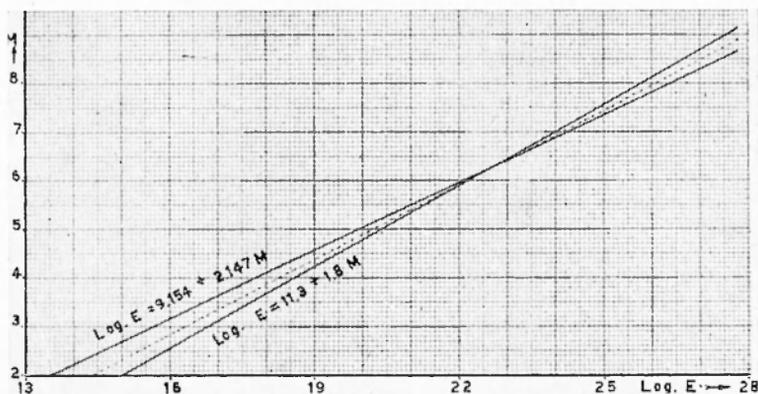


Fig. 4

luppata da un terremoto in funzione della sua magnitudo. Basterà riscrivere la [12] tenendo conto delle [13], [17] e [19]. Si avrà

$$\log E = 9,154 + 2,147 M , \quad [20]$$

che è l'espressione cercata.

Nel grafico della fig. 4 è stata rappresentata l'equazione [20], e messa a confronto con l'analoga equazione trovata da Gutenberg e Richter per la California, e cioè

$$\log E = 11,3 + 1,8 M \quad [21]$$

Le due rette sono abbastanza prossime, ed i valori di $\text{Log } E$ per $M > 4$ si mantengono molto vicini.

Successivamente [4] il termine noto della [21] è stato portato a 12 e questo comporta una maggiore discordanza tra le energie calcolate per le due zone. Notiamo però che tali discordanze si riferiscono essenzialmente alle basse Magnitudini che d'altronde sono state trascurate per l'equazione della California, mentre per l'Italia sono state incluse Magnitudini fino ad un valore di 2,4.

Non è improbabile tuttavia che l'estensione dello studio della Magnitudo nelle varie zone della Terra porti a stabilire dei coefficienti che, con buona approssimazione, possano ritenersi valevoli ovunque.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Aprile 1950.

RIASSUNTO

Viene eseguito uno studio su un gruppo di terremoti vicini, allo scopo di stabilire l'equazione che ne dà la Magnitudo. Si danno le formule valide per Roma e varie altre Stazioni dell'Italia centro-settentrionale.

Si determina poi una relazione — parzialmente empirica — che permette di calcolare l'energia di un terremoto vicino per mezzo della Magnitudo.

BIBLIOGRAFIA

- (1) RICHTER C. F.: *An Instrumental earthquake Magnitude scale* - Bull. of the Seismol. Soc. of America, gennaio 1935.
- (2) DI FILIPPO D. - MARCELLI L.: *La «Magnitudo» dei terremoti e la sua determinazione nella stazione sismica di Roma* - Annali di Geofisica, vol. II, n. 4.
- (3) GUTENBERG B. - RICHTER C. F.: *Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration* - Bull. of the Seismol. Soc. of America, vol. 52, n. 3.
- (4) GUTENBERG B. - RICHTER C. F.: *Seismicity of the Earth*.