

SUL GRADIENTE DI TEMPERATURA NECESSARIO
PER LA
FORMAZIONE DI "LOW-VELOCITY LAYERS"

P. E. VALLE

Introduzione. È noto che se la velocità delle onde sismiche, a partire da una certa profondità, diminuisce raggiungendo un minimo e poi cresce nuovamente, si forma un « low-velocity layer » o strato di bassa velocità.

Affinchè tale strato si formi è necessario che il decremento della velocità sia superiore a

$$\frac{dv}{dh} = - \frac{v}{R - h} \quad [1]$$

nella quale v è la velocità delle onde sismiche, h la profondità ed R il raggio della Terra.

L'effetto di uno strato di bassa velocità sulla propagazione delle onde sismiche, dipende dalla posizione del centro di perturbazione rispetto allo strato.

Se il centro di perturbazione è situato nello strato o al disopra dello strato, sulla superficie della Terra si forma una « shadow zone ».

Secondo recenti ricerche (¹⁻¹⁰) sembra che esistano due strati di bassa velocità nella litosfera e uno nell'astenosfera.

Per quanto riguarda la causa della diminuzione della velocità delle onde sismiche, B. Gutenberg (?) ritiene che per gli strati di bassa velocità esistenti nella litosfera, tale diminuzione sia da attribuirsi ad un cambiamento di fase dei materiali ed eventualmente alla temperatura, mentre attribuisce alla sola temperatura la formazione dello strato di bassa velocità esistente nell'astenosfera.

F. Birch (¹¹), sulla base di dati di laboratorio, ha valutato che il gradiente di temperatura minimo necessario alla formazione di uno strato di bassa velocità, si aggira intorno ai 6°/Km per uno strato omogeneo di rocce ultrabasiche.

In questa nota si suppone che la formazione degli strati di bassa velocità sia dovuta esclusivamente alla temperatura e che tali strati siano omogenei.

Con queste ipotesi vengono stabiliti separatamente per le onde longitudinali e trasversali, i gradienti minimi necessari alla formazione di detti strati.

Teoria. Si consideri uno strato omogeneo. La velocità delle onde elastiche, che verrà indicata con v , si può pensare in generale funzione della densità ρ e della temperatura T , ossia

$$v = v(\rho, T) . \quad [2]$$

La variazione di v con la profondità sarà quindi data da

$$\frac{dv}{dh} = \left(\frac{\partial v}{\partial \rho} \right)_T \frac{d\rho}{dh} + \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_\rho \frac{dT}{dh} . \quad [3]$$

D'altra parte, indicando con p la pressione, con K_T l'incompressibilità isoterma e con α la dilatazione termica, si ha

$$\frac{d\rho}{dh} = \frac{\rho}{K_T} \frac{dp}{dh} - \alpha \rho \frac{dT}{dh} \quad [4]$$

dove, supponendo lo strato in equilibrio idrostatico, risulta

$$dp = \rho g dh . \quad [5]$$

Introducendo la [4] e la [5] nella [3], si ottiene

$$\frac{dv}{dh} = \left(\frac{\partial v}{\partial \rho} \right)_T \frac{\rho^2 g}{K_T} + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_\rho - \alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial \rho} \right)_T \right] \frac{dT}{dh} . \quad [6]$$

Indicando con τ_c , o gradiente critico ⁽¹²⁾, il gradiente di temperatura per cui la velocità delle onde elastiche rimane costante al variare di h , e con τ_o , il gradiente minimo necessario per la formazione di uno strato di bassa velocità, si ottiene facilmente dalla [6] e dalla [1]

$$\tau_c = \frac{\rho g}{\alpha K_T} \frac{1}{1 - q} \quad [7]$$

$$\tau_o = \tau_c + \frac{v}{\alpha \rho (R - h)} \frac{1}{\left(\frac{\partial v}{\partial \rho} \right)_T} \frac{1}{1 - q} \quad [8]$$

nelle quali

$$q = \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\rho}{\alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial \rho}\right)_T} \quad [9]$$

Ora, se si suppone lo strato ad una temperatura superiore alle temperature caratteristiche, le velocità isoterme dedotte dalla teoria classica dei solidi, risultano date da (13)

$$v_m = v_{om} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{1/3} e^{\gamma_{om}} \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \quad [10]$$

con

$$\gamma_m \rho = \gamma_{om} \rho_o \quad (m = l, t)$$

nelle quali l'indice l si riferisce alle onde longitudinali e l'indice t alle onde trasversali.

Le velocità delle onde sismiche sono però velocità adiabatiche. Indicando al solito con v_p la velocità delle onde sismiche longitudinali, con v_s la velocità delle onde sismiche trasversali, dato che la rigidità isoterma coincide con la rigidità adiabatica e risulta inoltre

$$\begin{aligned} \frac{K_T}{\rho} &= v_l^2 - \frac{4}{3} v_s^2 \\ \frac{K_S}{\rho} &= v_p^2 - \frac{4}{3} v_s^2 \\ K_S &= K_T (1 + \alpha \gamma T) \end{aligned} \quad [11]$$

si avrà

$$v_s = v_t \quad [12]$$

$$v_p^2 = v_l^2 + \frac{\alpha \gamma K_T T}{\rho}, \quad [13]$$

dove

$$\gamma = \frac{\gamma_l + 2\gamma_t}{3}.$$

Onde trasversali. Dato che la velocità delle onde trasversali non dipende esplicitamente dalla temperatura, almeno entro i limiti in cui si può ritenere valida la teoria classica dei solidi, dalla [10] risulta

$$q = 0 \quad \left(\frac{\partial v_s}{\partial \rho}\right)_T = \frac{\partial v_t}{\partial \rho} = \frac{v_t}{\rho} \left(\gamma_t - \frac{1}{3}\right) \quad [14]$$

e quindi, dato che $K_S \sim K_T$, la [7] e la [8] forniscono le relazioni

$$\tau_c \simeq \frac{\varrho g}{\alpha K_S} \quad [15]$$

$$\tau_o = \tau_c + \frac{1}{\alpha(R-h)\left(\gamma_l - \frac{1}{3}\right)} \quad [16]$$

Onde longitudinali. Se si tiene conto che

$$\alpha K_T = \alpha_o K_oT$$

$$\gamma \varrho = \gamma_o \varrho_o$$

dalla [13] si ha

$$\left(\frac{\partial v_P}{\partial \varrho}\right)_T = \frac{v_l}{v_P} \frac{\partial v_l}{\partial \varrho} - \frac{\alpha \gamma K_T T}{v_P \varrho^2} \quad [17]$$

$$\left(\frac{\partial v_P}{\partial T}\right)_\varrho = \frac{\alpha \gamma K_T}{2 \varrho v_P} \quad [18]$$

La prima delle due precedenti relazioni può essere scritta nella forma

$$\left(\frac{\partial v_P}{\partial \varrho}\right)_T = \frac{v_l^2}{\varrho v_P} \left(\gamma_l - \frac{1}{3}\right) - \frac{K_S - K_T}{v_P \varrho^2} \quad [19]$$

Poichè si può ritenere $K_S \sim K_T$, $v_P \sim v_l$, si ha

$$\left(\frac{\partial v_P}{\partial \varrho}\right)_T \simeq \frac{v_P}{\varrho} \left(\gamma_l - \frac{1}{3}\right) \quad [20]$$

e quindi si ottiene

$$q \simeq \frac{\gamma K_S}{2 \varrho v_P^2 \left(\gamma_l - \frac{1}{3}\right)} \quad [21]$$

Dalla [7] e dalla [8] poi risulta

$$\tau_c \simeq \frac{\varrho g}{\alpha K_S} \frac{1}{1-q} \quad [22]$$

$$\tau_o \simeq \tau_c + \frac{1}{\alpha (R - h) \left(\gamma_l - \frac{1}{3} \right)} \frac{1}{1 - q} \quad [23]$$

Gradiente di temperatura necessario per la formazione del « low-velocity layer » nell'astenosfera.

Le relazioni [15], [16], [22] e [23] possono essere applicate allo strato di bassa velocità esistente nell'astenosfera per valutare almeno l'ordine di grandezza dei gradienti di temperatura minimi, relativi alle onde longitudinali e trasversali, necessari per la formazione dello strato.

Ora, secondo B. Gutenberg, la profondità a cui si trova il suddetto strato è compresa tra 60 e 150 km per le onde longitudinali e tra 60 e 250 km per le onde trasversali.

Peraltro considerato che il valore di h non è critico si può assumere $h = 100$ km.

Per quanto riguarda il valore degli altri parametri che compaiono nelle relazioni sopracitate, si può porre

$$v_p \simeq 7,8 \text{ km/sec}$$

$$v_s \simeq 4,4 \text{ km/sec}$$

$$\rho \simeq 3,4 \text{ g/cm}^3$$

$$K_s \simeq 1,1910^{12} \text{ dine/cm}^2$$

$$g \simeq 10^3 \text{ cm/sec}^2$$

$$R = 6371 \text{ km}$$

$$\gamma \simeq 1,5$$

$$\alpha \simeq 4 \cdot 10^{-5} \text{ gradi}^{-1}$$

$$\gamma_l - \frac{1}{3} \simeq \gamma$$

$$\gamma_l - \frac{1}{3} \simeq 1.$$

Mediante questi dati, si sono ottenuti dalle [15], [16], [22] e [23] i gradienti di temperatura contenuti nella seguente tabella.

Onde P		Onde S	
q	0,29	q	0
τ_c	10°/Km	τ_c	7°/Km
τ_o	14°/Km	τ_o	11°/Km

Questi valori possono naturalmente essere soggetti a revisione.

Comunque il loro ordine di grandezza sembra ragionevole e quindi accettabile.

È interessante notare che il gradiente di temperatura minimo necessario per la formazione dello strato di bassa velocità relativo alle onde longitudinali è sensibilmente superiore all'analogo gradiente relativo alle onde trasversali. Questo fatto spiega perchè lo spessore dello strato di bassa velocità delle onde trasversali sia maggiore dello spessore dello strato di bassa velocità delle onde longitudinali.

Lo strato di bassa velocità delle onde longitudinali dovrebbe peraltro essere contenuto nello strato di bassa velocità delle onde trasversali.

Roma, Istituto Nazionale di Geofisica, 1 febbraio 1956.

RIASSUNTO

Nella crosta e nel mantello esterno della Terra esistono « low-velocity layers » o strati di bassa velocità per le onde sismiche.

La diminuzione della velocità di queste onde può essere attribuita alla temperatura e pertanto si è sviluppata una teoria allo scopo di valutare il gradiente di temperatura minimo necessario alla formazione di detti strati.

La teoria è stata applicata all'astenosfera.

Il gradiente di temperatura minimo necessario alla formazione di uno strato di bassa velocità nell'astenosfera è risultato pari a circa $14^{\circ}/\text{km}$ per le onde longitudinali e pari a circa $11^{\circ}/\text{km}$ per le onde trasversali.

Il fatto che il gradiente relativo alle onde trasversali risulti minore del gradiente relativo alle onde longitudinali spiega perchè lo spessore dello strato di bassa velocità delle onde trasversali risulti maggiore dello spessore dell'analogo strato delle onde longitudinali.

SUMMARY

An evaluation of the gradient of temperature required to produce a "low-velocity layer" is made.

In the asthenosphere a "low-velocity layer" may be produced if the gradient of temperature is higher than $14^{\circ}/\text{km}$ for P waves and $11^{\circ}/\text{km}$ for S waves.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) GUTENBERG B., *Variation in physical properties within the Earth's crustal layers*. Am. Journal Sc., 243-A, 285-312 (1945).
- (²) — *On the relatively low wave velocity at a depth of about 80 Kilometers*. Bull. Seism. Soc. Am. 38, 121-148 (1948).
- (³) — *Crustal layers of the continents and and Oceans*. Bull. Geol. Soc. Am., 62, 427-440 (1951).
- (⁴) — *Wave velocities at depths between 50 and 600 Kilometers*. Bull. Seism. Soc. Am. 43, 223-232 (1953).
- (⁵) — *Low-velocity layers in the Earth's Mantle*. Bull. Geol. Soc. Am., 65, 337-348 (1954).
- (⁶) — *Effects of low-velocity layers*. Geof. pura e applicata, 28, 1-10 (1954).
- (⁷) — *Wave velocities in the Earth's crust*. Geol. Soc. Am., Special paper 62 (1955).
- (⁸) — *Channel waves in the Earth's crust*. Geophysics, 2, 283-294 (1955).
- (⁹) CALOI P., *Onde longitudinali e trasversali guidate dall'astenosfera*. Acad. Lincei Classe Sc. mat. nat., 15, 352-357 (1953).
- (¹⁰) BÄTH M., *The elastic waves L_g and R_g along Euroasiatic paths*. Arkiv för Geofysik, B. 2, n. 13, 295-342 (1954).
- (¹¹) BIRCH F., *Elasticity and constitution of the Earth's interior*. J. Geophys. Res., 57, 227-286 (1952).
- (¹²) VALLE P. E., *Sull'omogeneità e sullo stato di equilibrio del mantello interno della Terra*. Ann. Geof., VII, 33-44 (1954).
- (¹³) — *An equation of state for solids*. Ann. Geof., VI, 183-197 (1953).